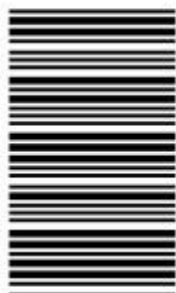


کد کنترل

313

E



313E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه

۱۳۹۶/۱۲/۴

دفترچه شماره (۱)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۷

رشته مهندسی هوا فضا - دینامیک پرواز و کنترل (کد ۲۳۳۴)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته ۱ - تئوری کنترل بهینه	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- تابع متناوب  $f$  در یک دوره تناوب به صورت  $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq a \\ 2a - x & a < x < 2a \end{cases}$  تعریف شده است. سری فوریه

مثلتانی این تابع کدام است؟

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma a}{n^{\gamma} \pi^{\gamma}} \cos \frac{n\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (1)$$

$$\frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\frac{\gamma a}{n^{\gamma} \pi^{\gamma}} \cos \frac{n\pi x}{a} + \frac{\gamma a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \right] \quad (2)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma a}{\pi^{\gamma} (\gamma n - 1)^{\gamma}} \cos \frac{(\gamma n - 1)\pi x}{a} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma a}{n^{\gamma} \pi^{\gamma}} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (4)$$

۲- به ازای کدام مجموعه مقادیر از  $\alpha$  جواب معادله زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \alpha u_t + u = 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & u_t(x, 0) = g(x); 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$[-\sqrt{1+\pi^{\gamma}}, \sqrt{1+\pi^{\gamma}}] \quad (1)$$

$$[-2\sqrt{1+\pi^{\gamma}}, 2\sqrt{1+\pi^{\gamma}}] \quad (2)$$

$$(-\infty, 4 + 4\pi^{\gamma}) \quad (3)$$

$$(-\infty, 2 + 2\pi^{\gamma}) \quad (4)$$

۳- با جایگزینی  $u(x, y) = w(x, y)e^{-(bx+ay)}$ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم

$$u_{xy} + au_x + bu_y + cu = 0 \quad \text{به کدام صورت در می‌آید؟}$$

$$w_{xy} + (c - ab)e^{-(bx+ay)}w = 0 \quad (2) \quad e^{-(bx+ay)}w_{xy} + (c - ab)w = 0 \quad (1)$$

$$w_{xy} + (c - ab)w = 0 \quad (4) \quad w_{xy} + (c + ab)w = 0 \quad (3)$$

۴- برای پاسخ مسئله  $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & 0 < x < \frac{\pi}{2}, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, u_t(x, 0) = \cos x \\ u_x(0, t) = 0, u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 \end{cases}$  حاصل عبارت  $u(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2} + 1$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵- در میله‌ای به طول  $L = \pi$ ، معادله حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای  $u$  در زمان  $t = 1$  و مکان  $x = \frac{L}{4}$  کدام است؟

$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin(\frac{2\pi}{L}x) \end{cases}$

(۱)  $e^{-4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-2}$  (۴)  $e^{-1}$

۶- می‌دانیم  $f(z)$  یک تابع تام و  $\text{Re}[f(z)] = u(x, y) = \alpha_1 x^2 + \alpha_2 x^2 y + \alpha_3 xy^2 + \alpha_4 y^3 + \beta_1 x + \beta_2 y$  است. در این صورت روابط بین ضرایب  $\alpha_k$  و  $\beta_k$  در حالت کلی کدام است؟

(۱)  $\alpha_3 = -3\alpha_4, \alpha_2 = -3\alpha_4, \beta_2, \beta_1$  دلخواه (۲)  $\alpha_4, \alpha_1$  صفر و بقیه ضرایب دلخواه  
(۳)  $\alpha_2, \alpha_3$  صفر و بقیه ضرایب دلخواه (۴)  $\alpha_k$  ها صفر،  $\beta_2, \beta_1$  دلخواه

۷- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در رابطه  $|\frac{z-1+i}{2z-3i}| = \frac{1}{2}$  صدق می‌کنند، کدام است؟

(۱) بیضی (۲) خط مستقیم (۳) دایره (۴) هذلولی

۸- حاصل انتگرال زیر روی مسیر بسته  $C$  (دایره به مرکز مبدأ و شعاع واحد)، کدام است؟

$$I = \oint_C \text{Re}\{z\} + i \text{Im}\{z^2\} dz$$

(۱)  $\pi$  (۲)  $i\pi$  (۳)  $i\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{\pi}{2}$

۹- اگر  $C$  مرز  $|z| = 3$  در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال  $\oint_C \frac{dz}{z^2 \sin z}$  کدام است؟

(۱)  $\pi i$  (۲)  $2\pi i$  (۳)  $\frac{\pi i}{2}$  (۴)  $\frac{\pi i}{3}$

۱۰- مقدار مانده تابع مختلط  $f(z) = \frac{1}{\sin^2(z)} + \frac{1}{1 - \cos(z)}$  در نقطه  $z = 0$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴) ۱

۱۱- کدام مورد رابطه بین سرعت‌های زاویه‌ای P و Q و R و زوایای اوپلر را به درستی نشان می‌دهد؟

$$P = \dot{\phi} - \dot{\theta} \cos \psi \quad (۱)$$

$$Q = \dot{\theta} - \dot{\psi} \cos \theta \quad (۲)$$

$$P = \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta + \dot{\theta} \cos \psi \quad (۳)$$

$$Q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \quad (۴)$$

۱۲- ماتریس انتقال از دستگاه باد (Wind Axis) به دستگاه بدنی در کدام عبارت صحیح است؟

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (۴)$$

۱۳- برای یک موشک متقارن محوری معادلات short period کدام است؟

(۱) همان معادلات Roll

(۲) همان معادلات Phugoid

(۳) همان معادلات Dutch-Roll

(۴) همان معادلات Spiral

۱۴- کدام عبارت در خصوص مودهای دینامیکی یک هواپیمای متعارف صحیح است؟

(۱) افزایش راندمان ایرو دینامیکی  $(\frac{L}{D})$  و کاهش  $CD_{ii}$ ، استهلاک مود Phugoid را افزایش می‌دهد.

(۲) کاهش ممان اینرسی  $I_{yy}$  و یا حرکت مرکز ثقل به سمت جلو فرکانس طبیعی مود Short period را افزایش می‌دهد.

(۳) افزایش فشار دینامیکی در یک ارتفاع مشخص باعث کاهش فرکانس طبیعی مود Short period و مود Dutch Roll می‌گردد.

(۴) افزایش مقدار  $Cn_{\beta}$  فرکانس طبیعی مود Dutch Roll را کاهش داده ولی روی مود Spiral اثرگذار نیست.

۱۵- در یک هواپیمای متعارف، با افزایش حاشیه پایداری استاتیکی کدام مورد زیاد می‌شود؟

(۱) کنترل پذیری

(۲) پایداری دینامیکی

(۳) حساسیت هواپیما به باد

(۴) پرورد نوسانات دینامیک طولی

۱۶- شرط پایداری استاتیکی و تریم‌پذیری یک هواپیمای متعارف در کدام مورد صحیح داده شده است؟

$$(1) \quad Cn_{\beta} < 0 \quad Cm_{\omega} < 0 \quad Cm_{\alpha} < 0 \quad Cn_p < 0$$

$$(2) \quad Cn_{\beta} > 0 \quad Cm_{\omega} > 0 \quad Cm_{\alpha} < 0 \quad Cn_p > 0$$

$$(3) \quad Cl_{\alpha} > 0 \quad Cm_{\omega} > 0 \quad Cy_{\beta} > 0 \quad CD_u < 0$$

$$(4) \quad Cl_{\alpha} < 0 \quad Cm_{\omega} < 0 \quad Cy_{\beta} < 0 \quad CD_u > 0$$

۱۷- کدام عبارت در مورد کوپلینگ‌های دینامیکی در یک هواپیما صحیح است؟

(۱) کوپلینگ‌های دینامیکی تنها به علت وجود ممان‌های اینرسی ضربی در یک هواپیما رخ می‌دهند.

(۲) Roll-Yaw Coupling به علت عدم وجود یک ارتباط منطقی میان  $N_{\beta}$ ،  $M_{\alpha}$  و نرخ رول (p) هواپیما به وجود می‌آید.

(۳) هواپیماهای تک موتوره ملخی که دارای ملخ‌های بزرگ و سنگین هستند، در پرواز دچار Pitch-Roll Coupling می‌شوند.

(۴) در هواپیماهایی با طول بلند که دارای پایداری استاتیکی طولی ناچیز هستند در صورت انجام مانوری با نرخ رول ثابت به هیچ عنوان Roll-Pitch Coupling به وجود نخواهد آمد.

۱۸- در مورد پایداری سیستم  $\dot{q} = \mathbf{A}q - \alpha q$  کدام مورد صحیح است؟

$$\dot{\alpha} = \alpha - \alpha q$$

(۱) این سیستم تنها حول یکی از نقاط تعادل دارای پایداری مجانبی است.

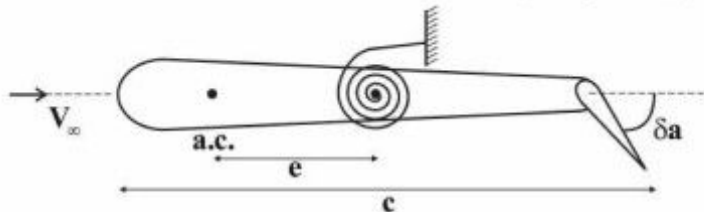
(۲) این سیستم دارای Saddle Point است.

(۳) این سیستم پایداری مجانبی فراگیر دارد.

(۴) این سیستم ناپایدار است.

۱۹- کدام رابطه توصیف‌کننده فشار دینامیکی برای رسیدن به مرز Aileron Reversal است؟

( $k_{\alpha}$ : ثابت سختی پیچشی بال)



$$\bar{q}_{\text{reversal}} = -\frac{cl_{\delta a} k_{\alpha}}{cl_{\alpha} c^2} (cm_{\delta a})^{-1} \quad (1)$$

$$\bar{q}_{\text{reversal}} = -\frac{cl_{\alpha} k_{\alpha} e}{cl_{\delta a} c^2} (cm_{\delta a})^{-1} \quad (2)$$

$$\bar{q}_{\text{reversal}} = -\frac{cm_{\delta a} k_{\alpha}}{cl_{\alpha} c^2} \quad (3)$$

$$\bar{q}_{\text{reversal}} = \frac{cl_{\delta a} c^2 e}{k_{\alpha} cl_{\alpha}} \quad (4)$$

۲۰- مشتقات پایداری یک هواپیمای الاستیک در پرواز اختلالی تابع کدام موارد است؟

(۱) شکل هندسی و فشار دینامیکی

(۲) شکل هندسی، جنس سازه و فشار دینامیکی

(۳) شکل هندسی، جنس سازه، توزیع جرم و فشار دینامیکی

(۴) شکل هندسی، جنس سازه، تغییرات ماخ جریان و فشار دینامیکی

- ۲۱- مدل دوگان برای بررسی کدام پدیده جوی کاربرد دارد؟  
 (۱) گاست (۲) مایکروبرست (۳) توربولانس طولی جو (۴) توربولانس عرضی جو
- ۲۲- کدام عبارت در بررسی دینامیک هواپیما در مواجهه با اغتشاشات اتمسفر صحیح است؟  
 (۱) مؤلفه‌های سرعت توربولانس از طریق تغییر در نیروها و ممان‌های ایرودینامیک بر سینماتیک حرکتی هواپیما اثر می‌گذارند.  
 (۲) مؤلفه‌های سرعت توربولانس با تغییر بردار سرعت هواپیما، منجر به تغییر شرایط پروازی و رفتار حرکتی هواپیما خواهند شد.  
 (۳) توابع طیفی اغتشاشات سرعت باد ( $\phi(\omega)$ ) تنها وابسته به شدت اغتشاشات ( $\sigma$ , Intensity) و زوایای حمله و سرش جانبی هستند.  
 (۴) از مدل Discrete Gust Function تنها می‌توان جهت بررسی پاسخ‌های دینامیکی هواپیما در مواجهه با توربولانس استفاده کرد و در بررسی رفتار الاستیک یا فاکتور بار وارد بر سازه کاربرد ندارد.
- ۲۳- میزان احساس راحتی خلبان در کنترل یک هواپیما (کیفیت پرواز) به .....<sup>(الف)</sup> باز می‌گردد. برای یک خلبان آموزش دیده، افزایش تأخیر زمانی در تصمیم‌گیری .....<sup>(ب)</sup> .  
 (۱) (الف) تنها وجود حلقه پایدارساز داخلی، (ب) تقدم فاز را از بین برده و سیستم را دچار ناپایداری خواهد کرد.  
 (۲) (الف) تنها بهره کنترلی اعمال شده از طرف او، (ب) حاشیه بهره را تغییر می‌دهد ولی اثری بر پایداری سیستم ندارد.  
 (۳) (الف) وجود حلقه پایدارساز داخلی و سیستم کنترل پرواز بازگشت‌ناپذیر، (ب) اثری بر حاشیه بهره و پایداری نخواهد داشت.  
 (۴) (الف) lag, lead و بهره کنترلی اعمال شده از طرف او، (ب) حاشیه بهره را کاهش خواهد داد و سیستم را به سمت ناپایداری خواهد برد.
- ۲۴- در مدل‌سازی خلبان، پردازش سیگنال در مغز و تشخیص خطا به صورت کدام شکل مدل می‌شود؟  

$$T_{lag}S + 1 \quad (۱)$$

$$T_{lead}S + 1 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{T_N S + 1} \quad (۳)$$

$$e^{-\tau S} \quad (۴)$$
- ۲۵- در ارزیابی کیفیت پرواز بر اساس مدل کوپر- هارپر، میزان مطلوب  $T_{lead}$  ترجیحاً چقدر است؟  
 (۱) کمتر از ۰/۵ (۲) بین ۰/۵ تا ۱/۰ (۳) بین ۱/۰ تا ۱/۵ (۴) بین ۱/۵ تا ۲/۰
- ۲۶- در یک هواپیمای متعارف با کدام سیستم کنترلی می‌توان نوسانات نامطلوب مود پرلود بلند را رفع کرد به طوری که سایر مدهای دینامیکی تغییر رفتار چندانی نداشته باشند؟  
 (۱)  $\alpha - SAS$  (۲) Wing Leveler  
 (۳) Pitch Attitude Hold System (۴) Pitch Damper
- ۲۷- کدام مورد نقش wash out filter در سیستم حلقه بسته yaw damper است؟  
 (۱) حذف فرکانس‌های کمتر از  $\frac{1}{\tau}$  (۲) حذف فرکانس‌های بیشتر از  $\frac{1}{\tau}$   
 (۳) تشدید بهره فرکانس‌های کمتر از  $\frac{1}{\tau}$  (۴) تشدید بهره فرکانس‌های بیشتر از  $\frac{1}{\tau}$

۲۸- معادلات زیر، که بخشی از حرکت عرضی هواپیما است، در کدام سیستم کنترل پرواز به کار می‌روند؟

$$\dot{r} = N'_r r + N'_\beta \beta + N'_{\delta R} \delta_R$$

$$\dot{\beta} = -r + Y_v \beta + \frac{Y_{\delta R}}{U_0} \delta_R$$

(۱) سیستم ترازگر بال (Wing Leveler)

(۲) سیستم کنترل دور موزون (Coordinated Turn)

(۳) سیستم کنترل سمت (Direction Control System)

(۴) میراگر سمت (Yaw Damper)

۲۹- دلیل استفاده از  $\alpha$ -SAS و  $\beta$ -SAS، کدام است؟

(۱) افزایش فرکانس طبیعی ذاتی هواپیما

(۲) افزایش مانورپذیری هواپیما

(۳) افزایش میرایی ذاتی هواپیما

(۴) کاهش میرایی ذاتی هواپیما

۳۰- کدام مورد جزو مودهای دینامیکی یک پرنده عمود پرواز از نوع Quadrotor (چهار پره) است؟

(۱) مود پریود بلند (۲) مود پریود کوتاه (۳) مود اسپیرال (۴) مود داچ رول

۳۱- کدام مورد درباره کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری سیستم زیر درست است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ y = x_2 \end{cases}$$

(۱) فقط کنترل‌پذیر است.

(۲) فقط مشاهده‌پذیر است.

(۳) هم کنترل‌پذیر است و هم مشاهده‌پذیر

(۴) نه کنترل‌پذیر است نه مشاهده‌پذیر

۳۲- در مورد ماتریس انتقال حالت (state transition matrix) کدام عبارت نادرست است؟ (A و B ماتریس مربعی هستند)

$$\phi(t) = e^{At}$$

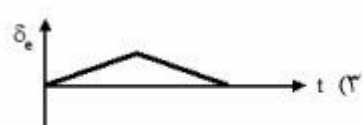
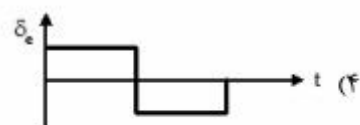
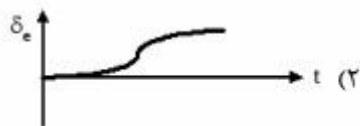
$$\phi(0) = I \quad (۱)$$

$$\phi^{-1}(t) = \phi(-t) \quad (۲)$$

$$\phi(t_1 + t_2) = \phi(t_1)\phi(t_2) \quad (۳)$$

$$e^{At} e^{Bt} = e^{(A+B)t} \quad (۴)$$

۳۳- در یک هواپیمای متعارف با فرض مدل خطی برای حرکت طولی، رفتار زمانی فرمان کنترلی (الویتور) برای تغییر ارتفاع در کمترین زمان کدام است؟



۳۴- تابع هدف یک مسئله کنترل بهینه به صورت  $J = \int_0^{t_f} |u| dt$  است ( $t_f$ : زمانی نهایی است). کدام عبارت صحیح است؟

(۱) این یک تابع هدف حداقل تلاش کنترلی است.

(۲) این یک تابع هدف حداقل متغیر کنترلی است.

(۳) این یک تابع هدف حداقل انرژی تلاش کنترلی است.

(۴) این یک تابع هدف حداقل انرژی کنترلی است.

۳۵- مسئله کنترل بهینه با معیار کارآیی زیر داده شده است:

$$J = [x(t_f) - r(t_f)]^T H [x(t_f) - r(t_f)]$$

که در آن ماتریس  $H$  ماتریس **positive semidefinite** می‌باشد و  $x(t_f)$  بردار حالت نهایی و  $r(t_f)$  بردار حالت مطلوب باشد این مسئله کدام است؟

(۱) ردگیری (۲) حداقل زمان (۳) حداقل تلاش کنترلی (۴) کنترل نهایی

۳۶- نقش ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  در تابع هزینه زیر کدام است؟

$$J = \frac{1}{2} \bar{x}^T(0) H \bar{x}(0) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\bar{x}^T(t) Q \bar{x}(t) + \bar{u}^T R \bar{u}] dt$$

(۱) ماتریس‌های وزنی را می‌توان واحد (ماتریس واحد) در نظر گرفت.

(۲) ماتریس‌های وزنی برای ارضا شرایط مرزی سیستم تنظیم می‌گردند.

(۳) ماتریس‌های وزنی نقشی در طراحی کنترل ندارند و صرفاً هزینه را کاهش می‌دهند.

(۴) ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  برای تنظیم رفتار پاسخ سیستم در مقابل سطح تلاش کنترلی می‌باشند.

۳۷- کنترل بهینه **LQR**، حل (الف) مسئله کنترل بهینه (ب)، با تابع هزینه (ج) است.

(۱) (الف) بهینه سراسری، (ب) سیستم خطی، (ج) درجه دو

(۲) (الف) بهینه محلی، (ب) سیستم خطی ثابت با زمان، (ج) درجه دو

(۳) (الف) بهینه سراسری، (ب) سیستم خطی مقید، (ج) درجه دو و یا خطی

(۴) (الف) بهینه محلی، (ب) سیستم خطی، (ج) درجه دو و یا خطی

۳۸- کدام عبارت در رابطه با مزایا و معایب روش برنامه‌ریزی دینامیکی صحیح‌تر است؟

(۱) مزایا: جواب بهینه سراسری تولید می‌کند و به حجم داده ذخیره‌سازی کمی نیاز دارد.

معایب: سرعت حل آن از عددگذاری مستقیم کمتر است.

(۲) مزایا: جواب بهینه سراسری تولید می‌کند و سرعت حل آن از عددگذاری مستقیم بهتر است.

معایب: حجم داده مورد نیاز برای ذخیره‌سازی زیاد است.

(۳) مزایا: جواب بهینه محلی تولید می‌کند و می‌تواند قیود را مستقیم در روند حل اعمال کرد.

معایب: سرعت حل آن از عددگذاری مستقیم کمتر است.

(۴) مزایا: جواب بهینه محلی تولید می‌کند و سرعت حل آن از عددگذاری مستقیم بهتر است.

معایب: حجم داده مورد نیاز برای ذخیره‌سازی زیاد است.

۳۹- شرط لازم برای تولید الکتريمال فانكشنال  $J = \int_{t_0}^{t_f} g(x, \dot{x}, \ddot{x}) dt$  كدام است؟

$$\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (۲) \qquad \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (۱)$$

$$g(x, \dot{x}, \ddot{x}) + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} = 0 \quad (۴) \qquad \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} = 0 \quad (۳)$$

۴۰- كدام يك از شروط زير جزء شروط گوشه Weierstrass-Erdmann برای بهینگی مسیر تکه‌ای هموار

(piecewise-smooth) برای نقاط شکستگی است؟ (تابع هزینه  $J = \int g(x, \dot{x}, t) dt$  است)

$$\frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^-), t_1) = \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^+), t_1) \quad (۱)$$

$$g(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^-), t_1) = g(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^+), t_1) \quad (۲)$$

$$g + \dot{x}g_{\dot{x}}(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^-), t_1) = g + \dot{x}g_{\dot{x}}(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^+), t_1) \quad (۳)$$

$$\dot{x}g_{\dot{x}}(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^-), t_1) = \dot{x}g_{\dot{x}}(x^*(t_1), \dot{x}^*(t_1^+), t_1) \quad (۴)$$

۴۱- مسیر بهینه  $x^*(t)$  برای بهینه‌سازی تابع  $J = \int_0^{t_f} (\dot{x}^2 + \dot{x}x^2) dt$  كدام است؟

(۱) مسیر بهینه تابع درجه دو است.

(۲) مسیر بهینه یک خط است.

(۳) معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه دوم مسیر بهینه باید با توجه به شرایط مرزی حل شود.

(۴) معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول مسیر بهینه باید با توجه به شرایط مرزی حل شود.

۴۲- در مسئله  $J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$  و  $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$  با فرض آنکه متغیرهای حالت و کنترل مقید نباشد، متغیر شبه

حالت (Co-state)  $P_1(t)$  چگونه است؟

(۱) با  $u$  رابطه جبری دارد.

(۲) در تابع همیلتونین وجود ندارد.

(۳) با متغیرهای حالت رابطه جبری دارد.

(۴) مقدار ثابتی دارد.

۴۳- در سیستم دینامیکی  $a\dot{x} + bx = u(t)$  جهت کمینه کردن تابع هدف  $J = \int_0^{t_f} g(x, \dot{x}, u) dt + \theta(t_f)$  که در آن

$t_f$  آزاد است، کدام مورد صحیح است؟ ( $P(t)$  متغیر شبه حالت است)

$$P(t_f) = 1 \quad (۱) \qquad H(t_f) = -1 \quad (۲)$$

$$H(t_f) = -\dot{\theta}(t_f) \quad (۳) \qquad P(t_f) = \dot{\theta}(t_f) \quad (۴)$$

۴۴- در سیستم‌های خطی ثابت با زمان، حل کنترل زمان - بهینه با محدودیت متغیرهای کنترلی چگونه است؟

(۱) حل زمان بهینه منجر به کنترل BANG-BANG خواهد شد.

(۲) محدودیت کنترلی با قاعده بهینگی Bellman برطرف می‌گردد.

(۳) حل بهینه برای کنترل به صورت حلقه باز خواهد شد.

(۴) سیستم کنترل بهینه نخواهد داشت.

۴۵- کدام مورد برای شرط مرزی مسیر بهینه  $x^*$  و وقتی نقطه انتهایی  $x(t_f)$  روی یک سطح متحرک  $m(x(t_f), t_f) = 0$  قرار داشته باشد، صحیح است؟ (H همیلتونین و P بردار شبه حالت است.)

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_0^{t_f} g(x(t), \dot{x}(t), t) dt$$

(۱) مقدار  $H + \frac{\partial h}{\partial t}(x(t_f), t_f)$  و  $\frac{\partial m}{\partial t}(x(t_f), t_f)$  برابر هستند.

(۲) مقدار  $\frac{\partial h}{\partial t}(x(t_f), t_f)$  و  $\frac{\partial m}{\partial t}(x(t_f), t_f)$  برابر هستند.

(۳) بردار  $\frac{\partial h}{\partial x}(x(t_f), t_f) - P(t_f)$  و  $\frac{\partial m}{\partial x}(x(t_f), t_f)$  هم‌راستا هستند.

(۴) بردار  $\frac{\partial h}{\partial x}(x(t_f), t_f)$  و  $\frac{\partial m}{\partial x}(x(t_f), t_f)$  هم‌راستا هستند.



