

کد کنترل

707

A



صبح جمعه

۹۷/۱۲/۳

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸

رشته مهندسی مکانیک - تبدیل انرژی - کد (۲۳۲۴)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - مکانیک سیالات پیشرفته - ترمودینامیک پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۸

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر $u(x, t)$ جواب مسئله موج

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < 2, t > 0 \\ u(x, 0) = 2x + 1 \\ u_t(x, 0) = x, & 0 \leq x \leq 2 \\ u(0, t) = u(2, t) = 0, & t \geq 0 \end{cases}$$

باشد، مقدار تقریبی $u(0.4, 1.3)$ کدام است؟

(۱) ۱/۲۴

(۲) ۱/۷۹

(۳) ۱/۹۶

(۴) ۲/۱۵

۲- فرض کنید $z = x + iy$ باشد. مقدار ماکزیمم $|\sin z|$ در دامنه مربعی شکل $D = \{(x, y), 0 \leq x, y \leq 2\pi\}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $e^{2\pi}$

(۳) $\sinh 2\pi$

(۴) $\cosh 2\pi$

۳- جواب مسئله پواسن روبه‌رو کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} = \frac{\sin \theta}{r^2}, & 0 < r < 2, \quad 0 < \theta < 2\pi \\ \omega(r, 0) = 0 \\ \omega(2, \theta) = \sin \theta \end{cases}$$

$$\omega(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin n\theta \quad (1)$$

$$\omega(r, \theta) = \frac{1}{2} r \sin \theta + \frac{1}{8} r^3 \sin \theta \quad (2)$$

$$\omega(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (r^n + r^{-n}) \sin n\theta \quad (3)$$

$$\omega(r, \theta) = \left(\frac{1}{2} r - 1\right) \sin \theta + \frac{1}{8} r^3 \sin \theta \quad (4)$$

۴- انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$ کدام است؟

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega \quad (1)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \omega \cos(\omega x) d\omega \quad (2)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega \quad (3)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \omega \cos(\omega x) d\omega \quad (4)$$

۵- اگر C مرکز نیم‌دایره فوقانی $|z| = r$ در جهت مثبت و $I(r) = \int_C \frac{e^{iz}}{z} dz$ باشد، $\lim_{r \rightarrow \infty} I(r)$ کدام است؟

$$0 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\pi \quad (3)$$

$$\infty \quad (4)$$

۶- مسئله گرمای زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} u_t(x,t) - 4u_{xx}(x,t) = 3u(x,t), & x > 0, t > 0 \\ u(x,0) = -e^{-x}, & x > 0 \\ u(0,t) = 0, & t \geq 0 \end{cases}$$

اگر $v(x,s)$ تبدیل لاپلاس $u(x,t)$ باشد، آنگاه $v(x,s)$ در کدام معادله صدق می‌کند؟

$$4v''(x,s) + (3-s)v(x,s) = e^{-x} \quad (1)$$

$$v''(x,s) + (4s-3)v(x,s) = e^{-x} \quad (2)$$

$$4v''(x,s) + (s-3)v(x,s) = se^{-x} \quad (3)$$

$$v''(x,s) + (3-4s)v(x,s) = se^{-x} \quad (4)$$

۷- معادله دیفرانسیل جزئی ناهمگن زیر با تغییر متغیر $u(x,t) = v(x,t) + r(x)$ به یک معادله همگن با شرایط مرزی همگن تبدیل می‌شود. $v(x,0)$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t + x - 1, & 0 < x < 2, t > 0 \\ u(0,t) = 3, & u(2,t) = -1, t > 0 \\ u(x,0) = 1 - x^3, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x - 2 \quad (1)$$

$$-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x - 2 \quad (2)$$

$$-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + 3 \quad (3)$$

$$-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + 3 \quad (4)$$

۸- اگر $v(x,y)$ مزدوج همساز تابع $u(x,y) = (x^2 - y^2 + 1)^2 - 4x^2y^2$ با شرط $v(0,0) = 0$ باشد، مقدار $v(1,1)$ کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$-4 \quad (4)$$

۹- اگر $F_s\{f(x)\} = \int_0^\infty f(x) \sin \omega x dx$ تبدیل فوریه سینوسی تابع $f(x)$ باشد، تبدیل فوریه سینوسی تابع

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{\pi}{2} e^{-2\omega} \quad (۱)$$

$$\frac{\pi}{2} e^{2\omega} \quad (۲)$$

$$\pi e^{-2\omega} \quad (۳)$$

$$e^{2\omega} \quad (۴)$$

۱۰- سری نیم‌دامنه سینوسی تابع $f(x) = x(\pi - x)$ در فاصله $0 < x < \pi$ کدام است؟

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{\lambda}{(2m+1)^2 \pi} \sin(2m+1)x \quad (۱)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{(2m+1)\pi} \sin(2m+1)x \quad (۲)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \pi} \sin 2mx \quad (۳)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{m\pi} \sin 2mx \quad (۴)$$

۱۱- اگر $F(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) e^{-i\omega x} dx$ تبدیل فوریه $f(x)$ باشد، تبدیل فوریه جواب مسئله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & t > 0, x \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = 0, & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\int_0^t F(\omega, \tau) e^{a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۱)$$

$$\int_0^t F(\omega, \tau) e^{-a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۲)$$

$$\int_0^\infty F(\omega, \tau) e^{-a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۳)$$

$$\int_{-\infty}^\infty F(\omega, \tau) e^{-a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۴)$$

۱۲- فرض کنید تابع تحلیلی $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ برای هر $z \in \mathbb{C}$ در نامساوی $|f(z) - 2z^2 - iz| \leq \sqrt{2}$ صدق کند. در

این صورت مقدار $\oint_{|z|=1} f\left(\frac{1}{z}\right) dz$ کدام است؟

(۱) $2\pi i$

(۲) $-2\pi i$

(۳) 2π

(۴) -2π

۱۳- تصویر خط راست $2x + 3y = 5$ تحت نگاشت $w = u + iv = \frac{1}{z}$ کدام است؟

(۱) $(u - \frac{1}{5})^2 + (v + \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100}$

(۲) $(u - \frac{1}{5})^2 + (v - \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100}$

(۳) $(u + \frac{1}{5})^2 + (v - \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100}$

(۴) $(u + \frac{1}{5})^2 + (v + \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100}$

۱۴- فرم کلی جواب مسئله موج زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt}(x, y, t) - 9\nabla^2 u(x, y, t) = \begin{cases} te^{-|x+y|} & 0 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}, y \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, y, 0) = \begin{cases} x+y & 0 < x < 1, -2 < y < 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \\ u_t(x, y, 0) = 0, x > 0, y \in \mathbb{R} \\ u(0, y, t) = 0, y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

(۱) $u(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 (A_{\omega} \cos \sqrt{\omega} t + B_{\omega} \sin \sqrt{\omega} t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy$

(۲) $u(x, y, t) = \int_{-2}^2 \int_0^1 (A_{\omega} \cos \sqrt{\omega} t + B_{\omega} \sin \sqrt{\omega} t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy$

(۳) $u(x, y, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (A_{\omega} \cos \sqrt{\omega} t + B_{\omega} \sin \sqrt{\omega} t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy$

(۴) $u(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (A_{\omega} \cos \sqrt{\omega} t + B_{\omega} \sin \sqrt{\omega} t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy$

- ۱۵- اگر $y(x)$ جواب معادله دیفرانسیل $y'' - 4y' + 3y = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ با شرط $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} y'(x) = 0$ باشد، تبدیل فوریۀ $y(x)$ کدام است؟

(راهنمایی: $(F\{y(x)\}) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x)e^{-i\omega x} dx$)

(۱) $\frac{\sin 2\omega}{\omega^2 + 4i\omega - 3}$

(۲) $\frac{\sin \omega}{\omega^2 + 4i\omega - 3}$

(۳) $\frac{-2\sin \omega}{\omega(\omega^2 + 4i\omega - 3)}$

(۴) $\frac{2\sin \omega}{\omega(\omega^2 + 4i\omega - 3)}$

- ۱۶- لایۀ مرزی روی صفحۀ تخت را در جریان لایه‌ای (laminar) در نظر بگیرید. با فرض توزیع سرعت خطی درون لایۀ مرزی، ضخامت مومنوم کدام است؟ (δ ضخامت لایۀ مرزی است.)

(۱) $\frac{\delta}{6}$

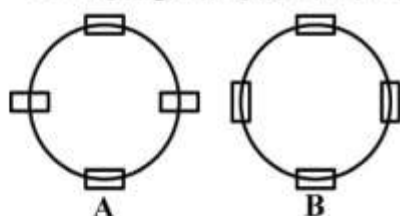
(۲) $\frac{\delta}{4}$

(۳) $\frac{\delta}{3}$

(۴) $\frac{5\delta}{3}$

- ۱۷- در جریان لایه‌ای در ناحیۀ در حال توسعه در لوله، افت فشار در واحد طول نسبت به ناحیۀ کاملاً توسعه‌یافته، چگونه است؟
(۱) کمتر است. (۲) مساوی است. (۳) بیشتر است. (۴) قابل مقایسه نیست.

- ۱۸- در شکل‌های زیر، جریان روی مسیر دایره‌ای انجام می‌گیرد. با توجه به نمایانگرهای جریان، چه می‌توان گفت؟

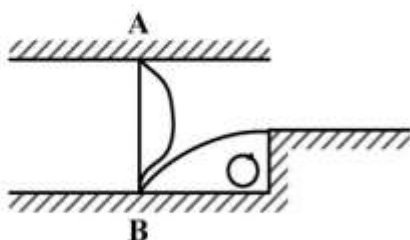


- (۱) جریان A چرخشی و جریان B نیز چرخشی است.
(۲) جریان A غیرچرخشی و جریان B نیز غیرچرخشی است.
(۳) جریان A چرخشی و جریان B غیرچرخشی است.
(۴) جریان A غیرچرخشی و جریان B چرخشی است.

- ۱۹- سیال لزج به‌طور آرام و توسعه‌یافته در یک لوله جریان دارد. با توجه به‌اینکه در مرکز لوله تنش برشی وارد بر سیال برابر صفر است، تصمیم گرفته‌ایم که از معادلۀ برنولی کلاسیک برای محاسبۀ افت فشار در مرکز لوله استفاده کنیم. با این‌کار افت فشار برابر با صفر می‌شود که با مشاهدات تجربی همانگی ندارد. کدام‌یک از شرط‌های معادلۀ برنولی نقض شده است؟

- (۱) عدم انتقال حرارت با محیط
(۲) غیرچرخشی بودن جریان
(۳) غیرلزج بودن سیال
(۴) عدم انتقال کار با محیط

۲۰- در جریان درون مجرای شکل زیر، گزینه درست کدام است؟



(۱) در نزدیکی A، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} > 0$ و در نزدیکی B، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} < 0$

(۲) در نزدیکی A، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} < 0$ و در نزدیکی B، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} > 0$

(۳) در نزدیکی A، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} < 0$ و در نزدیکی B، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} < 0$

(۴) در نزدیکی A، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} > 0$ و در نزدیکی B، $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} > 0$

۲۱- در مورد جریان خزشی (creeping flow) اطراف کره، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) ضخامت لایه مرزی بسیار زیاد است.

(۲) توزیع سرعت دو طرف کره (پشت و جلو) متقارن است.

(۳) شرط مرزی عدم لغزش برای سرعت‌ها، روی کره برقرار است.

(۴) پسای فشاری دو طرف کره (پشت و جلو) متقارن است.

۲۲- در جریان لایه مرزی روی صفحه تخت، پروفیل سرعت جریان آزاد، $U = \frac{a}{1+bx}$ ، $a > 0$ و $b > 0$ ، x فاصله از

نقطه سکون را نشان می‌دهد. کدام مورد درست است؟

(۱) گرادیان فشار مطلوب بوده و جدایی جریان روی می‌دهد.

(۲) گرادیان فشار مطلوب بوده و جدایی جریان روی نمی‌دهد.

(۳) گرادیان فشار معکوس بوده و جدایی جریان روی می‌دهد.

(۴) گرادیان فشار معکوس بوده و جدایی جریان روی نمی‌دهد.

۲۳- مسئله دوم استوکس را در نظر بگیرید که صفحه‌ای در مجاورت سیال بی‌نهایت ناگهان به‌صورت نوسانی به حرکت

در می‌آید. اگر معادله حرکت به‌صورت $\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ باشد، ضخامت لایه مرزی متناسب با کدام گزینه است؟

(ν لزجت سینماتیکی سیال و ω فرکانس نوسان صفحه است.)

(۱) $\sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$

(۲) $\frac{1}{y} \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$

(۳) $\sqrt{\frac{\nu x}{\omega}}$

(۴) $\sqrt{\frac{\nu y}{\omega}}$

- ۲۴- امواج دریا هر ۱۰ ثانیه یکبار به یک اسکله برخورد می‌کند. برای برآورد نیروی وارد بر این اسکله مدل کوچکی از آن با مقیاس $\frac{1}{25}$ ساخته شده و در یک کانال آب (تحت شرایط تشابه دینامیکی) تست می‌شود. در مورد اسکله مدل، فرکانس امواج مورد نیاز در عملیات آزمایشگاهی چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴

- ۲۵- میدان سرعت دو بعدی زیر داده شده است:

$$\begin{cases} u = x(1 + 2t) \\ v = y \end{cases}$$

خط مسیری که در زمان صفر از $A(x_0, y_0) = (1, 1)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۱) $x = y$

(۲) $x = y^{1+\ln y}$

(۳) $y = x^{1+\ln x}$

(۴) $x = y^{1-\ln y}$

- ۲۶- شیر آبی باز است و آب به‌سوی پایین جریان دارد. با قرار دادن جسمی در نزدیکی جریان، چه اتفاقی می‌افتد؟



- (۱) جریان از جسم دور می‌شود و علت آن افزایش فشار است.
- (۲) جریان از جسم دور می‌شود و علت آن کشش سطحی است.
- (۳) جریان به جسم نزدیک می‌شود و علت آن کشش سطحی است.
- (۴) جریان به جسم نزدیک می‌شود و علت آن کاهش فشار است.

- ۲۷- جریان ایدئال در یک کانال همگرای دو بعدی با عرض w را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. با فرض ثابت بودن چگالی سیال، کدام گزینه در مورد فشار متوسط وارد بر جداره‌های جانبی (آریب) درست است؟

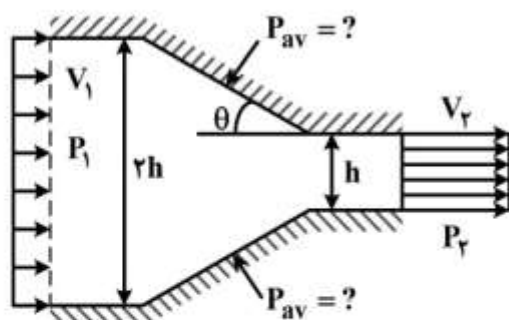
(معلومات: P_r, P_l, V_l, ρ)

(۱) $P_{av} = 2P_l - P_r - 2\rho V_l^2$

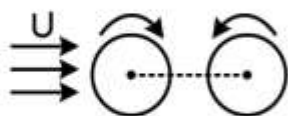
(۲) $P_{av} = \frac{(P_l + P_r)}{2} - 2\rho V_l^2$

(۳) $P_{av} = P_l - 2P_r + \frac{1}{2}\rho V_l^2$

(۴) با این معلومات نمی‌توان نظر داد.



۲۸- در جریان سیال از روی دو استوانه چرخان زیر، استوانه‌ها :



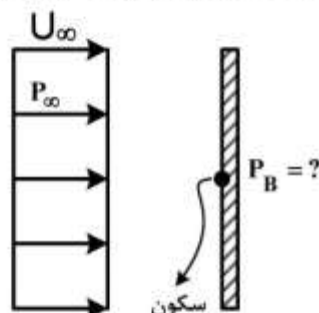
(۱) در امتداد خط‌المركزین از هم دور می‌شوند.

(۲) در امتداد خط‌المركزین به هم نزدیک می‌شوند.

(۳) در امتداد عمود بر خط‌المركزین از هم دور می‌شوند.

(۴) با زاویه 45° نسبت به عمود بر خط‌المركزین از هم دور می‌شوند.

۲۹- باد با سرعت یکنواخت U_∞ و فشار یکنواخت P_∞ به یک ورق فولادی صلب به شکل مستطیل با مساحت A برخورد می‌کند. فرض کنید در تمامی سطح برخورد، فشار برابر با فشار سکون است. اگر ضریب درگ (پسا) برابر با ۲ باشد، فشار در پشت این ورق (P_B) چقدر است؟



$$P_B \approx P_\infty \quad (۱)$$

$$P_B \approx P_\infty - \rho U_\infty^2 \quad (۲)$$

$$P_B \approx P_\infty - \frac{1}{4} \rho U_\infty^2 \quad (۳)$$

$$P_B \approx P_\infty + \frac{1}{4} \rho U_\infty^2 \quad (۴)$$

۳۰- جریانی با سرعت U را روی استوانه چرخان به شعاع a در نظر بگیرید. در جریان واقعی چرخش استوانه توسط لزجت ایجاد می‌شود ولی در جریان پتانسیل یک گرداب با تابع پتانسیل $\phi = -\frac{\theta \Gamma}{2\pi}$ به صورت مصنوعی به استوانه اضافه می‌شود. ضریب نیروی برآ بر اساس عدد اسپین $S = \Gamma / (4\pi a U)$ ، کدام است؟ (Γ سیرکولاسیون است)

$$C_L = 3\pi S \quad (۱)$$

$$C_L = 4\pi S \quad (۲)$$

$$C_L = 6\pi S \quad (۳)$$

$$C_L = 8\pi S \quad (۴)$$

۳۱- یک موتور حرارتی بین دو دمای T_H و T_C کار می‌کند. می‌خواهیم اختلاف دمای دو منبع را به اندازه $2d$ افزایش دهیم. کدام روش مناسب‌تر است؟

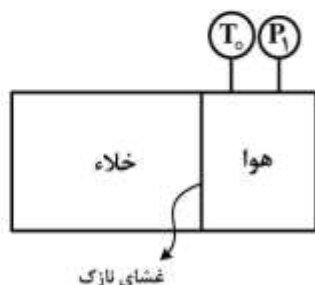
(۱) دمای منبع گرم به $T_H + 2d$ تغییر کرده و دمای منبع سرد در T_C ثابت بماند.

(۲) دمای منبع گرم در T_H ثابت مانده و دمای منبع سرد به $T_C - 2d$ تغییر پیدا کند.

(۳) دمای منبع گرم به $T_H + d$ و دمای منبع سرد به $T_C - d$ تغییر پیدا کند.

(۴) سه روش هیچ تفاوتی در ارتقای کارایی سیستم ندارند.

۳۲- در یک مخزن عایق به حجم کل V ، مطابق شکل زیر هوا در فشار P_1 و دمای T_0 قرار دارد. غشای بین دو محفظه خود به خود پاره می‌شود. انهدام انرژی پس از انجام فرایند انبساط کدام است؟ در ابتدای فرایند حجم هوا نصف حجم خلا است. هوا را گاز ایدئال با ظرفیت گرمایی ویژه ثابت و دمای محیط را T_0 فرض کنید.



$$\frac{P_1 V}{2} \ln 2 \quad (1)$$

$$\frac{P_1 V}{3} \ln 2 \quad (2)$$

$$\frac{P_1 V}{2} \ln 3 \quad (3)$$

$$\frac{P_1 V}{3} \ln 3 \quad (4)$$

۳۳- یک گاز ایدئال با دبی جرمی $\dot{m}$ از لوله‌ای عایق عبور می‌کند و فشار آن از P_1 به اندازه ΔP کاهش می‌یابد ($\Delta P = P_1 - P_2$). اگر $\Delta P \ll P_1$ باشد، با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل، آنتروپی تولیدی کدام است؟ (R ثابت گاز است)

$$\dot{m} R \frac{\Delta P}{P_1} \quad (1)$$

$$\dot{m} R \ln\left(1 - \frac{\Delta P}{P_1}\right) \quad (2)$$

$$\dot{m} c_{p_0} \frac{\Delta T}{T_1} - \dot{m} R \frac{\Delta P}{P_1} \quad (3)$$

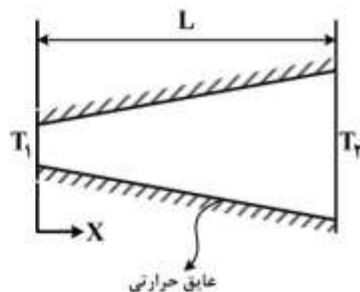
$$\dot{m} c_{p_0} \ln \frac{\Delta T}{T_1} + \dot{m} R \ln\left(1 - \frac{\Delta P}{P_1}\right) \quad (4)$$

۳۴- میله‌ای مطابق شکل زیر از اطراف عایق شده و دو انتهای آن در دماهای ثابت T_1 و T_2 قرار دارند ($T_1 > T_2$) .

دمای میله در هر نقطه به صورت $\frac{T}{T_1} = \exp\left(\frac{x}{L} \ln \frac{T_2}{T_1}\right)$ تعریف می‌شود که L طول میله است و مساحت مقطع

میله در هر نقطه از رابطه $\frac{A}{A_1} = \frac{T_1}{T}$ محاسبه می‌شود. تولید آنتروپی در فرایند انتقال حرارت پایا در این میله

چقدر است؟ فرض کنید نرخ انتقال حرارت در هر مقطع از رابطه $-KA \frac{dT}{dx}$ به دست آید.



$$\frac{KA_1}{L} \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \quad (۱)$$

$$\frac{KA_1}{L} \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) \quad (۲)$$

$$\frac{KA_1}{L} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \quad (۳)$$

$$\frac{KA_2}{L} \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \quad (۴)$$

۳۵- آب مایع اشباع در یک فشار مشخص و با یک نرخ جرمی برابر با $\dot{m}$ وارد یک مخلوط‌کن آدیاباتیک شده و با

مقداری بخار آب همان فشار قرار دارد و دارای دبی مشابه نیز هست مخلوط می‌شود. نرخ تولید

آنتروپی در طی این فرایند چه مقدار خواهد بود؟

$$\dot{S}_{gen} = 0 \quad (۱)$$

$$\dot{S}_{gen} = 2\dot{m}(s_g - s_f) \quad (۲)$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m} \frac{(s_f + s_g)}{2} \quad (۳)$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m} \frac{(s_g - s_f)}{2} \quad (۴)$$

۳۶- دو استخر A و B با مقادیر مساوی آب پر شده و جرم آب هر استخر برابر m است. در ابتدا دمای استخر A بیشتر از دمای استخر B است. اگر اجازه دهیم دو استخر در تماس حرارتی با یکدیگر قرار گیرند و دمای تعادل دو استخر T_f باشد، آنتروپی تولیدی ناشی از تبادل حرارت دو استخر، کدام است؟

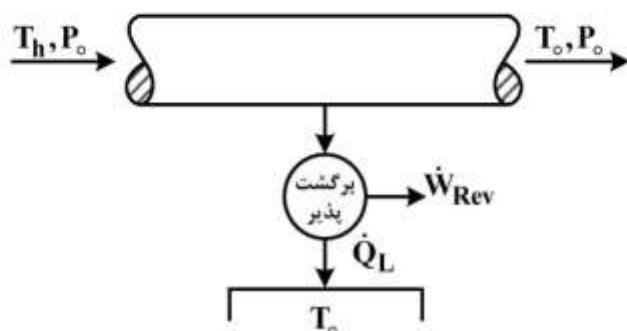
$$mc \ln \left(\frac{T_f}{T_A + T_B} \right) \quad (۱)$$

$$mc \ln \sqrt{\frac{T_f}{T_A T_B}} \quad (۲)$$

$$mc \ln \left(\frac{T_f}{T_A T_B} \right) \quad (۳)$$

$$\gamma mc \ln \left(\frac{T_f}{T_A T_B} \right) \quad (۴)$$

۳۷- جریان آگروز خروجی از یک موتور دارای گذر جرمی $\dot{m}$ و دمای T_h و فشار P_o است. اگر گاز آگروز تا دمای محیط T_o و فشار محیط P_o خنک شود و حرارت گرفته‌شده از جریان آگروز را به یک ماشین حرارتی برگشت‌پذیر بدهد، مقدار حرارت داده‌شده به محیط در دمای T_o چقدر است؟ گاز آگروز را گاز ایدئال با c_p و R ثابت فرض کنید.



$$\dot{Q}_L = \dot{m} c_p T_o \left[\frac{T_h}{T_o} - 1 \right] \quad (۱)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{m} c_p T_o \ln \frac{T_h}{T_o} \quad (۲)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{m} c_p T_o \left[\frac{T_h}{T_o} - \ln \frac{T_h}{T_o} \right] \quad (۳)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{m} c_p T_o \left[\frac{T_h}{T_o} - \ln \frac{T_h}{T_o} - 1 \right] \quad (۴)$$

۳۸- سیالی از معادله حالت واندروالس به صورت $(P + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT$ پیروی می‌کند. ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \text{ این گاز کدام است؟}$$

$$\frac{v^2(v-b)^2}{RTv^3 - 2a(v-b)^2} \quad (۱)$$

$$\frac{v^2(v-b)^2}{RTv^3 + 2a(v-b)^2} \quad (۲)$$

$$\frac{Rv^2(v-b)}{RTv^3 - 2a(v-b)^2} \quad (۳)$$

$$\frac{Rv^2(v-b)}{RTv^3 + 2a(v-b)^2} \quad (۴)$$

۳۹- کدام رابطه در ماکزیمم دمای وارونگی ژول - تامسون، یک گاز درست است؟

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - v \right] = 0 \quad (۱)$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \left[T \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P - v \right] = 0 \quad (۲)$$

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \left[\frac{T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - v}{c_p} \right] = 0 \quad (۳)$$

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \left[\frac{T \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P - v}{c_p} \right] = 0 \quad (۴)$$

۴۰- اگر تابع هلمهولتز F و $F = U - TS$ باشد، عبارت $\left(\frac{\partial F}{\partial S}\right)_V$ کدام است؟ (c_v گرمای ویژه در حجم ثابت است)

$$\frac{-S}{T c_v} \quad (۱)$$

$$\frac{-T}{S c_v} \quad (۲)$$

$$\frac{-T c_v}{S} \quad (۳)$$

$$\frac{-ST}{c_v} \quad (۴)$$

۴۱- اگر $K_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ و $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ باشد، مقدار $\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)$ کدام است؟ (بر حسب P, T, K_T, α, c_p)

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right) = \frac{T\alpha + 1}{K_T} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right) = \frac{T\alpha - 1}{K_T} \quad (۲)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right) = \frac{T\alpha}{K_T} \quad (۳)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right) = \frac{T\alpha}{K_T - 1} \quad (۴)$$

۴۲- یک سیستم بولتزمان را که دارای ۳ سطح انرژی غیردینزره (Non Degenerate Energy Level) با واحد ۱، ۰ و ۲ است، در نظر بگیرید. سیستم حاوی ۱۰۰۰ ذره و دارای انرژی کلی ۲۰۰ واحد است. تعداد حالت ماکرو (MacroState) در این سیستم کدام است؟

$$۱۰۰ \quad (۱)$$

$$۱۰۱ \quad (۲)$$

$$۱۰۰۱ \quad (۳)$$

$$۱۰۰۰ \quad (۴)$$

۴۳- یک گاز تک‌اتمی را که دارای دو تراز انرژی الکترونیک فعال است ($\epsilon_{e_0} = 0, \epsilon_{e_1} = 1$)، در نظر بگیرید. این ترازها بدون دینژنریسی ($g_{e_1} = g_{e_0} = 1$) است. تابع تقسیم (Partition function) الکترونیک کدام است؟

$$z_e = e^{+\frac{\epsilon_{e_1}}{KT}} \quad (1)$$

$$z_e = e^{-\frac{\epsilon_{e_1}}{KT}} \quad (2)$$

$$z_e = 1 + e^{+\frac{\epsilon_{e_1}}{KT}} \quad (3)$$

$$z_e = 1 + e^{-\frac{\epsilon_{e_1}}{KT}} \quad (4)$$

۴۴- یک گاز تک‌اتمی را که دارای دو تراز انرژی الکترونیک فعال است ($\epsilon_{e_0} = 0, \epsilon_{e_1} = 1$) در نظر بگیرید. این ترازها بدون دینژنریسی ($g_{e_1} = g_{e_0} = 1$) هستند، گرمای ویژه مولی الکترونی $\frac{\bar{C}_e}{R}$ (ثابت جهانی گاز است)

در صورتی که $y = \frac{\epsilon_{e_1}}{KT}$ باشد، کدام است؟

$$\frac{\bar{C}_e}{R} = \frac{z_e'' + z_e'}{z_e} - \left(\frac{z_e'}{z_e} \right)^2 \quad \text{و} \quad z_e'' = T \left(\frac{dz_e'}{dT} \right) \quad \text{و} \quad z_e' = T \left(\frac{dz_e}{dT} \right) \quad \text{راهنمایی:}$$

$$\frac{\bar{C}_e}{R} = \frac{ye^{-y}}{(1+e^{-y})^2} \quad (1)$$

$$\frac{\bar{C}_e}{R} = \frac{ye^{-y}}{(1-e^{-y})^2} \quad (2)$$

$$\frac{\bar{C}_e}{R} = \frac{y^2 e^{-y}}{(1+e^{-y})^2} \quad (3)$$

$$\frac{\bar{C}_e}{R} = \frac{y^2 e^{-y}}{(1-e^{-y})^2} \quad (4)$$

۴۵- یک سیستم با تعداد بسیار زیاد مولکول (N) مد نظر است. هر مولکول دارای دو تراز انرژی ϵ_1 و ϵ_2 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$) و دیژنریسی یکسان است. اگر $\epsilon = \epsilon_2 - \epsilon_1$ و دمای سیستم T باشد، N_1 و N_2 تعداد ذرات بر روی تراز اول و دوم، از کدام رابطه به دست می‌آید؟ ($\beta = \frac{1}{KT}$)

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{N}{1 + e^{-\beta\epsilon}} \\ N_2 &= \frac{Ne^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{N}{1 + e^{+\beta\epsilon}} \\ N_2 &= \frac{Ne^{+\beta\epsilon}}{1 + e^{+\beta\epsilon}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{N}{1 - e^{-\beta\epsilon}} \\ N_2 &= \frac{Ne^{-\beta\epsilon}}{1 - e^{-\beta\epsilon}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{N}{1 - e^{+\beta\epsilon}} \\ N_2 &= \frac{Ne^{+\beta\epsilon}}{1 - e^{+\beta\epsilon}} \end{aligned} \quad (4)$$

