

کد کنترل

687

A



687A

صبح جمعه ۹۷/۱۲/۳ دفترچه شماره (۱)			«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)
جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور			
آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۸			
رشته مهندسی برق – مخبرات – کد (۲۳۰۲)			
مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه		تعداد سؤال: ۴۵	
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات			
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی – مدارهای الکتریکی (۱ و ۲) – الکترومغناطیس – سیگنال‌ها و سیستم‌ها	۴۵	۱ ۴۵
این آزمون نمره منفی دارد.		استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.	
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.			
۱۳۹۸			

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید $z = x + iy$ باشد. مقدار ماکزیمم $|\sin z|$ در دامنه مربعی شکل $D = \{(x, y), 0 \leq x, y \leq 2\pi\}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $e^{2\pi}$

(۳) $\sinh 2\pi$

(۴) $\cosh 2\pi$

۲- جواب مسئله پواسن روبه‌رو کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} = \frac{\sin \theta}{r^2}, & 0 < r < 2, \quad 0 < \theta < 2\pi \\ \omega(r, 0) = 0 \\ \omega(2, \theta) = \sin 2\theta \end{cases}$$

$$\omega(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin n\theta \quad (1)$$

$$\omega(r, \theta) = \frac{1}{2} r \sin \theta + \frac{1}{8} r^3 \sin \theta \quad (2)$$

$$\omega(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (r^n + r^{-n}) \sin n\theta \quad (3)$$

$$\omega(r, \theta) = \left(\frac{1}{2} r - 1\right) \sin \theta + \frac{1}{8} r^3 \sin 3\theta \quad (4)$$

۳- انتگرال فوریۀ تابع $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$ کدام است؟

$$(۱) \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega$$

$$(۲) \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \omega \cos(\omega x) d\omega$$

$$(۳) \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \cos(\omega x) d\omega$$

$$(۴) \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 + \cos(\omega\pi)}{1 - \omega^2} \omega \cos(\omega x) d\omega$$

۴- معادله دیفرانسیل جزئی ناهمگن زیر با تغییر متغیر $u(x,t) = v(x,t) + r(x)$ به یک معادله همگن با شرایط مرزی همگن تبدیل می‌شود. $v(x,0)$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t + x - 1, & 0 < x < 2, \quad t > 0 \\ u(0,t) = 3, & u(2,t) = -1, \quad t > 0 \\ u(x,0) = 1 - x^2, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$(۱) -\frac{7}{6}x^2 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x - 2$$

$$(۲) -\frac{7}{6}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x - 2$$

$$(۳) -\frac{7}{6}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + 3$$

$$(۴) -\frac{7}{6}x^2 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + 3$$

۵- اگر $v(x,y)$ مزدوج همساز تابع $u(x,y) = (x^2 - y^2 + 1)^2 - 4x^2y^2$ با شرط $v(0,0) = 0$ باشد، مقدار $v(1,1)$ کدام است؟

$$(۱) 1$$

$$(۲) -1$$

$$(۳) 4$$

$$(۴) -4$$

۶- سری نیمه دامنه سینوسی تابع $f(x) = x(\pi - x)$ در فاصله $0 < x < \pi$ کدام است؟

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2 \pi} \sin(2m+1)x \quad (۱)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)\pi} \sin(2m+1)x \quad (۲)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 \pi} \sin 2mx \quad (۳)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m\pi} \sin 2mx \quad (۴)$$

۷- اگر $F(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) e^{-i\omega x} dx$ تبدیل فوریه $f(x)$ باشد، تبدیل فوریه جواب مسئله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , t > 0, x \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = 0 & , x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\int_0^t F(\omega, \tau) e^{a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۱)$$

$$\int_0^t F(\omega, \tau) e^{-a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۲)$$

$$\int_0^{\infty} F(\omega, \tau) e^{-a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۳)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega, \tau) e^{-a^2 \omega^2 (t-\tau)} d\tau \quad (۴)$$

۸- فرض کنید تابع تحلیلی $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ برای هر $z \in \mathbb{C}$ در نامساوی $|f(z) - 2z^2 - iz| \leq \sqrt{2}$ صدق کند. در

این صورت مقدار $\oint_{|z|=1} f\left(\frac{1}{z}\right) dz$ کدام است؟

$$2\pi i \quad (۱)$$

$$-2\pi i \quad (۲)$$

$$2\pi \quad (۳)$$

$$-2\pi \quad (۴)$$

۹- تصویر خط راست $2x + 3y = 5$ تحت نگاشت $w = u + iv = \frac{1}{z}$ ، کدام است؟

$$(u - \frac{1}{5})^2 + (v + \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100} \quad (1)$$

$$(u - \frac{1}{5})^2 + (v - \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100} \quad (2)$$

$$(u + \frac{1}{5})^2 + (v - \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100} \quad (3)$$

$$(u + \frac{1}{5})^2 + (v + \frac{3}{10})^2 = \frac{13}{100} \quad (4)$$

۱۰- فرم کلی جواب مسئله موج زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt}(x, y, t) - 9 \nabla^2 u(x, y, t) = \begin{cases} te^{-|x+y|} & 0 < x < 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}, y \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, y, 0) = \begin{cases} x+y & 0 < x < 1, -2 < y < 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \\ u_t(x, y, 0) = 0, x > 0, y \in \mathbb{R} \\ u(0, y, t) = 0, y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

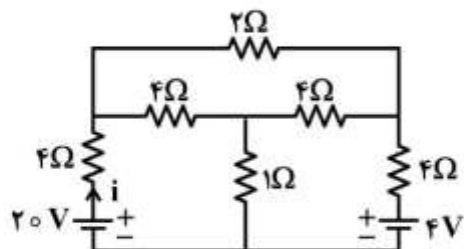
$$u(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 (A_{\omega} \cos \tau \omega t + B_{\omega} \sin \tau \omega t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy \quad (1)$$

$$u(x, y, t) = \int_{-2}^2 \int_0^1 (A_{\omega} \cos \tau \omega t + B_{\omega} \sin \tau \omega t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy \quad (2)$$

$$u(x, y, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (A_{\omega} \cos \tau \omega t + B_{\omega} \sin \tau \omega t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy \quad (3)$$

$$u(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (A_{\omega} \cos \tau \omega t + B_{\omega} \sin \tau \omega t + C_{\omega} t + D_{\omega}) e^{i\omega y} \sin(\omega x) dx dy \quad (4)$$

۱۱- در مدار مقاومتی زیر، جریان i چند آمپر است؟



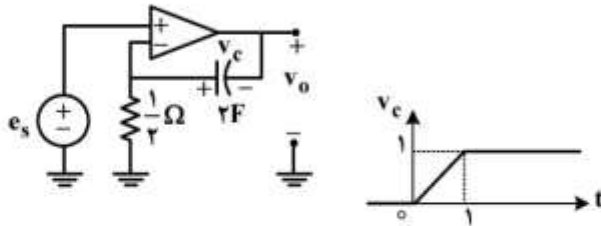
$$2/5 \quad (1)$$

$$3/7 \quad (2)$$

$$\frac{43}{15} \quad (3)$$

$$\frac{53}{15} \quad (4)$$

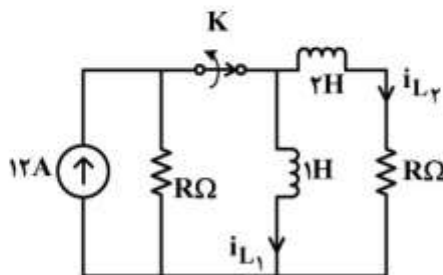
۱۲- در مدار زیر، تقویت کننده عملیاتی ایدئال و شکل موج ولتاژ دو سر خازن مطابق شکل زیر است. ولتاژ خروجی



$v_o(t)$ در بازه $0 < t < 1$ با چه عبارتی داده می شود؟

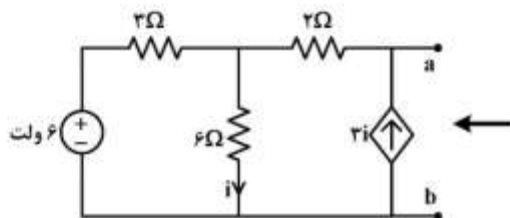
- (۱) $1-t$
- (۲) $-1+t$
- (۳) $(1+t)$
- (۴) $-(1+t)$

۱۳- در مدار زیر، R چقدر باشد تا یک ثانیه پس از باز شدن کلید K جریان عبوری از سلف ۱H برابر ۲A شود؟



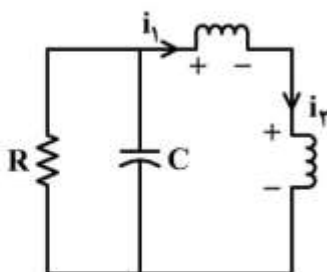
- (۱) $\ln 2$
- (۲) $\ln 4$
- (۳) $\ln 8$
- (۴) $\ln 16$

۱۴- مدار معادل شکل زیر از دو سر a و b کدام است؟



- (۱) یک منبع جریان وابسته
- (۲) یک منبع ولتاژ وابسته
- (۳) یک مقاومت
- (۴) یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت

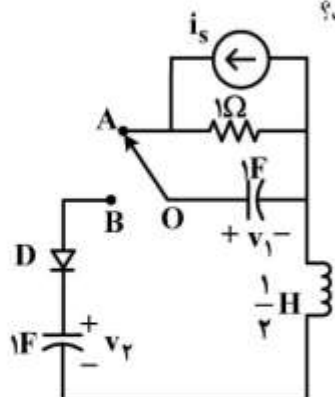
۱۵- در مدار زیر، سلف های غیر خطی با مشخصه های $\phi_1 = -i_1^3$ و $\phi_2 = i_2^3 + i_2$ داده شده است. اگر $R = \frac{1}{4} \Omega$ ،



$0 < C < 1$ و i_1 پاسخ این مدار باشد، پاسخ این مدار چگونه است؟

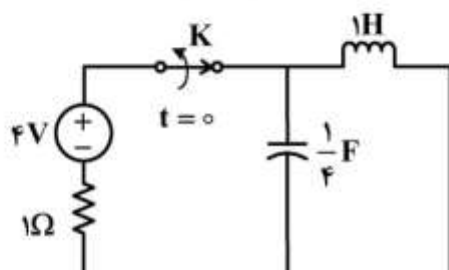
- (۱) میرای ضعیف
- (۲) میرای شدید
- (۳) میرای بحرانی
- (۴) نوسانی

- ۱۶- در مدار زیر، $i_s = 2u(-t)$ و شرط اولیه $v_C(0^+) = 1$ ولت است. اگر در لحظه $t = 0$ کلید را از وضعیت OA به وضعیت OB بچرخانیم، مدت زمان هدایت دیود ایدئال D چند ثانیه خواهد بود؟



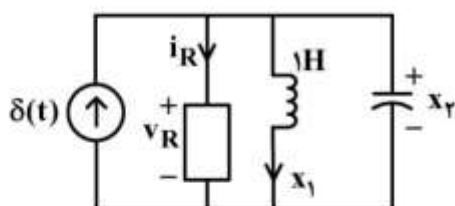
- (۱) $\frac{\pi}{4}$
 (۲) $\frac{\pi}{2}$
 (۳) $\frac{3\pi}{4}$
 (۴) π

- ۱۷- در مدار زیر کلید K مدت زمان زیادی بسته بوده است. آن را در لحظه $t = 0$ باز می‌کنیم. مسیر حالت برای $t > 0$ ، روی کدام معادله قرار دارد؟



- (۱) $4x_1^2 + 16x_2^2 = 1$
 (۲) $x_1^2 + 4x_2^2 = 16$
 (۳) $x_1^2 + 64x_2^2 = 16$
 (۴) $4x_1^2 + x_2^2 = 64$

- ۱۸- در مدار غیرخطی زیر، بار خازن $q = x_2$ ، جریان مقاومت غیرخطی $i_R = \frac{1}{v_R}$ و سلف $1H$ خطی است. معادلات حالت این مدار کدام است؟



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-1}{2x_2^2} - \frac{x_1}{2x_2} + \frac{\delta(t)}{2x_2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-1}{x_2^2} - \frac{x_1}{x_2} + \frac{\delta(t)}{x_2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{2x_2^2} - \frac{x_1}{2x_2} - \frac{\delta(t)}{2x_2} \end{cases} \quad (3)$$

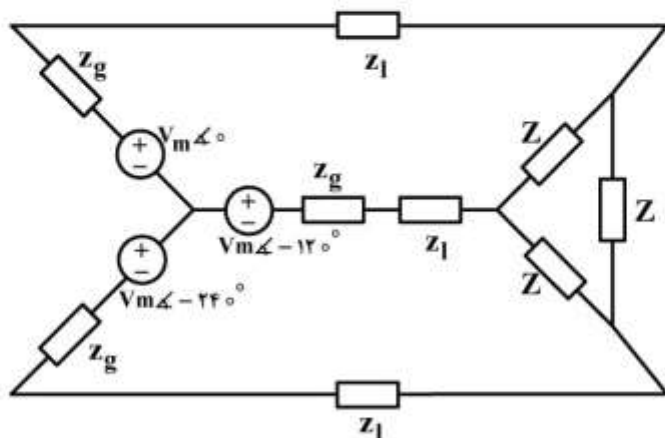
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-1}{2x_2^2} + \frac{x_1}{2x_2} + \frac{\delta(t)}{2x_2} \end{cases} \quad (4)$$

۱۹- در مدار زیر، Z چقدر باشد تا ماکزیمم توان دریافتی را داشته باشد؟

$$z_g = 0.2 + j0.5$$

$$z_l = 0.8 + j0.1$$

$$Z = R + jX$$



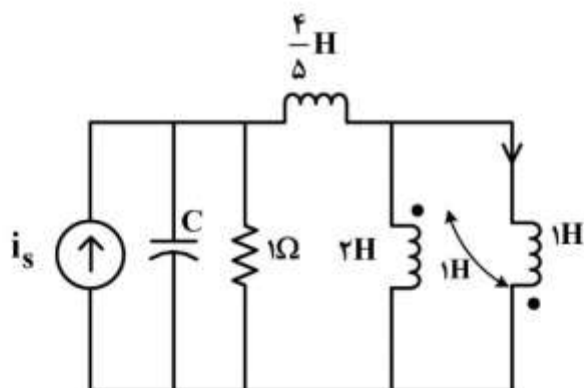
$$Z = 0.6 - j \quad (1)$$

$$Z = 1 - j0.6 \quad (2)$$

$$Z = 1.8 - j3 \quad (3)$$

$$Z = 3 - j1.8 \quad (4)$$

۲۰- در مدار زیر با ورودی i_s ظرفیت خازن C چند فاراد باشد تا مدار فرکانس طبیعی مضاعف داشته باشد؟



$$1 \quad (1)$$

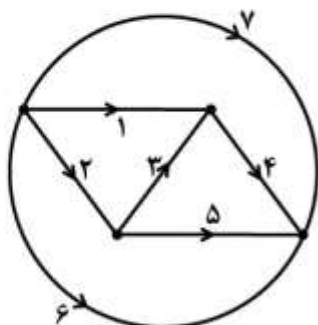
$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

۲۱- اگر حلقه‌های اساسی در یک گراف به صورت زیر باشد:

$$\{213, 425, 7135, 6135\}$$



درخت متناظر و کاتست‌های اساسی آن کدام‌اند؟

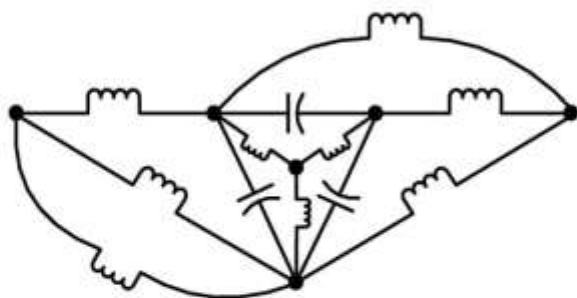
$$(1) \text{ درخت } 135 \text{ و } \{5647 \text{ و } 32647 \text{ و } 1267\}$$

$$(2) \text{ درخت } 234 \text{ و } \{5647 \text{ و } 32647 \text{ و } 1267\}$$

$$(3) \text{ درخت } 643 \text{ و } \{4521 \text{ و } 235 \text{ و } 6217\}$$

$$(4) \text{ درخت } 713 \text{ و } \{7456 \text{ و } 1245 \text{ و } 235\}$$

۲۲- مرتبه مدار زیر و تعداد فرکانس‌های طبیعی ناصفر آن به ترتیب کدام است؟



(۱) ۲ و ۸

(۲) ۴ و ۸

(۳) ۶ و ۸

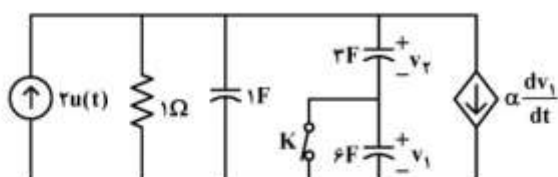
(۴) ۲ و ۱۰

۲۳- در مدار زیر تابع تبدیل $H(s) = \frac{I_o}{I_s} = \frac{2s}{s^2 + 2s + 3}$ است. اگر به جای هر یک از دو سلف، یک خازن $1F$ قرار داده

شود، به ازای $i_s = \cos t$ ولتاژ v_o در مدار جدید چقدر است؟

(۱) $\sqrt{2} \cos(t - 135^\circ)$ (۲) $\sqrt{2} \cos(t + 135^\circ)$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t + 135^\circ)$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t - 135^\circ)$

۲۴- شرایط اولیه در مدار زیر همگی صفر و کلید K بسته است. اگر کلید را برای $t_0 > 0$ باز کنیم، به ازای کدام مقدار α ثابت زمانی مدار برای زمان‌های بعد از باز شدن کلید همانند ثابت زمانی مدار قبل از باز شدن کلید باقی خواهد ماند؟



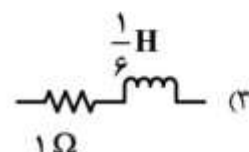
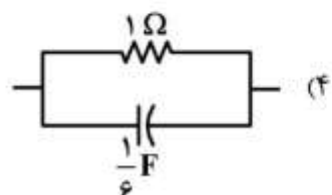
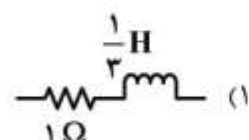
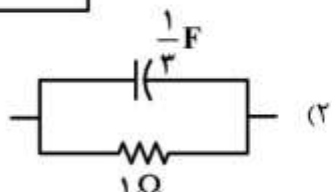
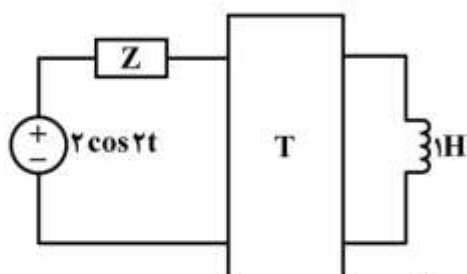
(۱) ۶

(۲) ۳

(۳) -۳

(۴) -۶

۲۵- در مدار زیر، شبکه دوقطبی با ماتریس $T = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2s \end{bmatrix}$ توصیف شده است. امپدانس Z چقدر می‌تواند باشد تا ماکزیمم توان به دوقطبی تحویل داده شود؟



۲۶- چگالی بار سطحی یکنواخت روی یک استوانه طویل به شعاع a برابر ρ_s است. محور استوانه بر محور z منطبق و اندازه میدان الکتریکی $\vec{E}$ در نقطه $(x=2a, y=0, z=0)$ برابر $2 \frac{V}{m}$ است. مقدار ρ_s کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} \epsilon_0$

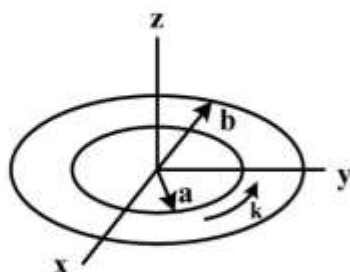
(۲) ϵ_0

(۳) $2\epsilon_0$

(۴) $4\epsilon_0$

۲۷- مطابق شکل زیر طوق هادی در $z=0$ ، $0 \leq \phi \leq 2\pi$ و $a \leq r \leq b$ حامل جریان سطحی با چگالی

$$\vec{k} = \frac{k_0}{\rho} \hat{\phi} \left(\frac{A}{m} \right) \text{ است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی این طوق کدام است؟}$$



(۱) $\hat{z} \frac{\pi k_0}{2} (b^2 - a^2)$

(۲) $\hat{z} \pi k_0 (b^2 - a^2)$

(۳) $\hat{z} 2\pi k_0 (b - a)$

(۴) $\hat{z} 2\pi k_0 (b^2 - a^2)$

۲۸- دو حلقه هادی مدور یکی روی صفحه $z=0$ با شعاع a و دیگری روی صفحه $z=c$ با شعاع b با مرکز هر دو حلقه روی محور z مفروض است. با فرض $b \ll a$ ، اندوکتانس متقابل بین این دو حلقه کدام است؟

$$M = \frac{\pi \mu_0 a^2 b^2}{r(a^2 + c^2)^{\frac{r}{2}}} \quad (1)$$

$$M = \frac{\pi \mu_0 a^2 b^2}{r(a^2 + c^2)^{\frac{r}{2}}} \quad (2)$$

$$M = \frac{\pi \mu_0 a^2 b^2}{r(a^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

$$M = \frac{\pi \mu_0 a^2 b^2}{r(a^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

۲۹- لایه کروی $a \leq R \leq 2a$ ، $0 \leq \theta \leq \pi$ و $0 \leq \phi < 2\pi$ دارای بردار مغناطش (Magnetization) یکنواخت $\vec{m} = \mu_0 \hat{z}$ است و بقیه فضا را فضای آزاد تشکیل می‌دهد. انرژی مغناطیسی ذخیره شده در لایه کروی $a \leq R \leq 2a$ ، $0 \leq \theta \leq \pi$ و $0 \leq \phi < 2\pi$ ، کدام است؟

یادآوری:

$$\left(\nabla \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (F_\phi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} F_\theta \right] \hat{r} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r F_\phi) \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi} \right)$$

$$w_m = 0 \quad (1)$$

$$w_m = \frac{49 \times 19}{9 \times 11 \times 16} \mu_0 \pi a^2 \mu_0^2 \quad (2)$$

$$w_m = \mu_0 \frac{4\pi}{3} a^2 \mu_0^2 \quad (3)$$

$$w_m = 24 \mu_0 \pi a^2 \mu_0^2 \quad (4)$$

۳۰- جریان خطی ثابت I روی محور z از $-\infty$ تا مبدأ مختصات وجود دارد و سپس روی ربع اول صفحه هادی xy ($x > 0, y > 0$) توزیع می‌شود. شدت میدان مغناطیسی $\vec{H}$ در $(0, 0, h)$ کدام است؟

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi^2 h} (\vec{a}_x + \vec{a}_y) \quad (1)$$

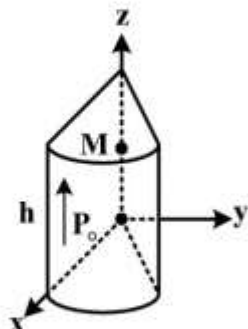
$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi^2 h} (\vec{a}_x - \vec{a}_y) \quad (2)$$

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi^2 h} (\vec{a}_x + \vec{a}_y) \quad (3)$$

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi^2 h} (\vec{a}_x - \vec{a}_y) \quad (4)$$

۳۱- در ناحیه استوانه‌ای $0 \leq r \leq a$ ، $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ و $0 \leq z \leq h$ مطابق شکل زیر و عایق با قطبیدگی (Polarization)

$P_0 \hat{z}$ وجود دارد. میدان الکتریکی $\vec{E}$ در نقطه $M(x=0, y=0, z=\frac{h}{2})$ کدام است؟



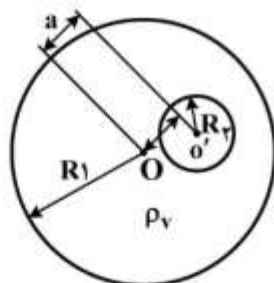
$$\hat{z} \frac{P_0 h}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + \frac{h^2}{4}}} + \frac{2}{h} \right) \quad (1)$$

$$\hat{z} \frac{P_0 h}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + \frac{h^2}{4}}} - \frac{2}{h} \right) \quad (2)$$

$$\hat{z} \frac{P_0 h}{16\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + \frac{h^2}{4}}} - \frac{2}{h} \right) \quad (3)$$

$$\hat{z} \frac{P_0 h}{16\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + \frac{h^2}{4}}} + \frac{2}{h} \right) \quad (4)$$

۳۲- کره‌ای به شعاع R_1 باری به چگالی حجمی ρ_v را به طور یکنواخت (غیر از یک حفره کروی کوچک به شعاع R_2) در درون خود دارد. فاصله بین مراکز دو کره a است. با فرض پتانسیل در بی‌نهایت برابر با صفر، پتانسیل ϕ در مرکز حفره کروی، کدام است؟



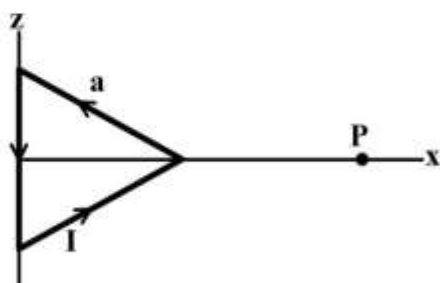
$$\phi_{O'} = \frac{\rho_v}{4\epsilon_0} [2(R_1^2 - R_2^2) - a^2] \quad (1)$$

$$\phi_{O'} = \frac{\rho_v}{6\epsilon_0} [2(R_1^2 - R_2^2) - a^2] \quad (2)$$

$$\phi_{O'} = \frac{\rho_v}{2\pi\epsilon_0} [2(R_1^2 - R_2^2) - a^2] \quad (3)$$

$$\phi_{O'} = \frac{\rho_v}{3\pi\epsilon_0} [2(R_1^2 - R_2^2) - a^2] \quad (4)$$

۳۳- مطابق شکل زیر، حلقه‌ای به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a ، جریان I را حمل می‌کند. شدت میدان مغناطیسی ($\vec{H}$) در نقطه $P(x=2a, y=0, z=0)$ کدام است؟



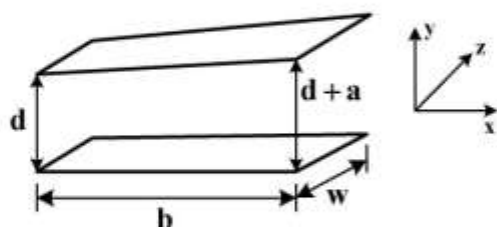
$$\hat{\phi} \frac{I}{\pi a} \left(\sin 15^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sin 75^\circ}{2 + \sqrt{3}} \right) \quad (1)$$

$$\hat{\phi} \frac{2I}{\pi a} \left(\sin 75^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sin 15^\circ}{2 + \sqrt{3}} \right) \quad (2)$$

$$\hat{\phi} \frac{I}{\pi a} \left(\sin 75^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sin 15^\circ}{2 + \sqrt{3}} \right) \quad (3)$$

$$\hat{\phi} \frac{2I}{\pi a} \left(\sin 75^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sin 15^\circ}{2 + \sqrt{3}} \right) \quad (4)$$

۳۴- خازنی با صفحه‌های هادی مورب (غیرموازی) به ابعاد w و b مطابق شکل زیر مفروض است. اگر گذردهی الکتریکی عایق خازن ϵ باشد، ظرفیت خازن با فرض صرف نظر کردن از اثر لبه‌ها، کدام است؟



$$c = \frac{\epsilon w}{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \quad (۱)$$

$$c = \frac{\epsilon w}{\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)} \ln\left(\frac{d+a}{a}\right) \quad (۲)$$

$$c = \frac{\epsilon w}{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)} \ln\left(\frac{d+a}{a}\right) \quad (۳)$$

$$c = \frac{\epsilon w}{\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \quad (۴)$$

۳۵- یک دیپل الکتریکی با فرکانس f و دامنه P_0 به صورت $\vec{P} = P_0 e^{-j\omega t} \hat{z}$ در فاصله $\frac{a}{r}$ از یک صفحه بی‌نهایت بزرگ هادی کامل $x = 0$ و موازی با آن قرار گرفته است. با فرض $r \gg \lambda$ و $r \gg \frac{a}{r}$ در مختصات کروی، بردار پتانسیل

مغناطیسی در نقطه (r, θ, ϕ) کدام است؟ $(k = \frac{r\pi}{\lambda})$

$$A_z = \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{\omega P_0}{r} e^{j(kr - \omega t)} \sin\left(\frac{ka}{r} \sin \theta \cos \phi\right) \quad (۱)$$

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\omega P_0}{r} e^{j(kr - \omega t)} \sin(ka \sin \theta \cos \phi) \quad (۲)$$

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\omega P_0}{r} e^{j(kr - \omega t)} \sin(ka \sin \theta \sin \phi) \quad (۳)$$

$$A_z = \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{\omega P_0}{r} e^{j(kr - \omega t)} \sin\left(\frac{ka}{r} \sin \theta \sin \phi\right) \quad (۴)$$

۳۶- تبدیل z سیگنال گسسته $x[n]$ روی دایره $z = re^{j\omega}$ به صورت زیر است:

$$X(re^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{r} e^{-j\omega}}$$

سیگنال $x[n]$ ، کدام است؟

$$x[n] = r^n u[n] \quad (۱)$$

$$x[n] = \left(\frac{r}{r}\right)^n u[n] \quad (۲)$$

$$x[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n] \quad (۳)$$

$$x[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n] \quad (۴)$$

۳۷- تبدیل فوریه سیگنال زمان گسسته $x[n] = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^n \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \right] u[n]$ ، برابر کدام است؟

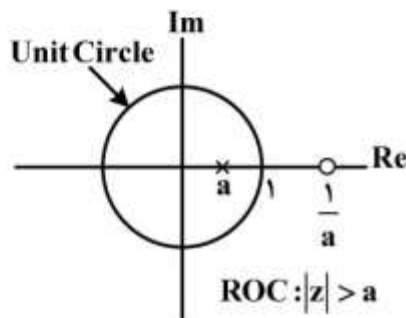
$$(1) \frac{1}{1 + \frac{1}{4} e^{-j2\omega}}$$

$$(2) \frac{1}{1 + j e^{-j2\omega}}$$

$$(3) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 - j(-1)^k e^{-j\omega}}$$

$$(4) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2 - j(-1)^k e^{-j\omega}}$$

۳۸- نمایش موقعیت صفر و قطب یک سیستم زمان گسسته به صورت شکل زیر است. این سیستم بیانگر چه نوع فیلتری است؟



(۱) فیلتر پایین گذر

(۲) فیلتر میان گذر

(۳) فیلتر بالاگذر

(۴) فیلتر تمام گذر

۳۹- اگر برای k عدد صحیح و مثبت، سیگنال $x_{(k)}[n]$ با اضافه کردن $k-1$ صفر مابین هر دو مقدار متوالی $x[n]$ به دست آید، به ازای چه مقدار θ در فاصله $(0, 2\pi)$ رابطه زیر برقرار است؟

$$X_{(r)}(e^{j\omega}) = X_{(r)}(e^{j(\omega-\theta)})$$

$$(1) \frac{\pi}{3}$$

$$(2) \frac{2\pi}{3}$$

$$(3) \pi$$

$$(4) \frac{4\pi}{3}$$

۴۰- یک سیستم LTI با انرژی پاسخ ضربه E_h را در نظر می گیریم. کدام گزینه در مورد این سیستم نادرست است؟

(۱) اگر $E_h < \infty$ باشد، سیستم پایدار است.

(۲) اگر $E_h = \infty$ باشد، سیستم ناپایدار است.

(۳) اگر سیستم پایدار باشد، E_h کراندار است ($E_h < \infty$)

(۴) گزینه های ۲ و ۳

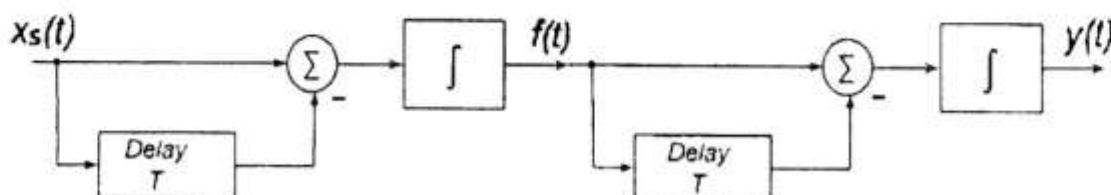
۴۱- سیستم‌های توصیف شده با رابطه‌های ورودی - خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$S_1: y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{5}\right] & , n = 0, \pm 5, \pm 10, \pm 15, \dots \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$S_2: y[n] = x[5n] \quad , \quad \forall n$$

کدام گزینه درست است؟

- (۱) S_1 وارون پذیر و تغییرناپذیر با زمان
 (۲) S_1 و S_2 وارون پذیر و تغییرپذیر با زمان
 (۳) S_2 وارون ناپذیر، S_1 و S_2 تغییرپذیر با زمان
 (۴) S_1 و S_2 وارون ناپذیر و تغییرپذیر با زمان
- ۴۲- پاسخ ضربه سیستم نشان داده شده در شکل زیر کدام است؟



$$h(t) = tu(t) - (t - 2T)u(t - 2T) \quad (۱)$$

$$h(t) = u(t) - 2u(t - T) + u(t - 2T) \quad (۲)$$

$$h(t) = tu(t) - 2tu(t - T) + tu(t - 2T) \quad (۳)$$

$$h(t) = tu(t) - 2(t - T)u(t - T) + (t - 2T)u(t - 2T) \quad (۴)$$

۴۳- کدام گزینه درباره یک سیستم LTI صحیح است؟

- (۱) وارون یک سیستم علی همیشه یک سیستم علی است.
 (۲) ترکیب سری یک سیستم غیرعلی، با یک سیستم علی، ضرورتاً یک سیستم غیرعلی است.
 (۳) یک سیستم زمان پیوسته پایدار است، اگر و تنها اگر پاسخ پله آن مطلقاً انتگرال پذیر باشد.
 (۴) یک سیستم زمان گسسته علی است، اگر و تنها اگر پاسخ به ورودی پله واحد آن به ازای $n < 0$ برابر صفر باشد.

۴۴- کدام گزینه در مورد سیستم با توصیف ورودی - خروجی $y(t) = (t - 1)x(\cos(t))$ صادق است؟

- (۱) تغییرناپذیر با زمان، پایدار، بدون حافظه
 (۲) تغییرپذیر با زمان، ناپایدار، غیرعلی
 (۳) تغییرپذیر با زمان، پایدار، حافظه دار
 (۴) تغییرناپذیر با زمان، ناپایدار، بدون حافظه

۴۵- اگر $X(j\omega)$ تبدیل فوریه سیگنال $x(t)$ باشد، حاصل انتگرال زیر کدام است؟

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(j\omega) \sin(\omega)}{\omega} e^{j\omega} d\omega$$

$$(۱) 0$$

$$(۲) \pi$$

$$(۳) 2\pi$$

$$(۴) 4\pi$$

