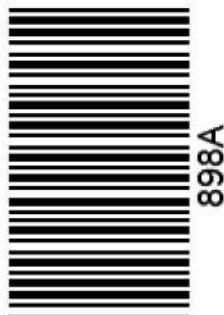


کد کنترل

898

A



898A

عصر پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۲/۰۲



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«علم و تحقیق، کلید پیشرفت کشور است.»  
مقام معظم رهبری

دفترچه شماره ۳ از ۳

**آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۴۰۴**  
**مهندسی مکانیک (۲) - (کد ۲۳۲۳)**

مدت زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۲۰ سؤال

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات مهندسی	۱۵	۱	۱۵
۲	ترمودینامیک	۱۵	۱۶	۳۰
۳	مکانیک سیالات پیشرفته - ترمودینامیک پیشرفته	۳۰	۳۱	۶۰
۴	دینامیک پیشرفته - ارتعاشات پیشرفته - کنترل پیشرفته	۳۰	۶۱	۹۰
۵	برنامه‌ریزی ریاضی پیشرفته - تکنولوژی پینچ و تحلیل آگرژی - تحلیل سیستم‌های انرژی	۳۰	۹۱	۱۲۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات کادر زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

ریاضیات مهندسی:

۱- فرض کنید  $|\sin x| = \frac{1}{\pi} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2nx)$  مقدار  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  کدام است؟

(۱)  $1 - \frac{8}{\pi^2}$

(۲)  $1 - \frac{4}{\pi^2}$

(۳)  $1 + \frac{4}{\pi^2}$

(۴)  $1 + \frac{8}{\pi^2}$

۲- مقدار  $\int_0^{\infty} f(w) \cos(wx) dw$  به ازای  $w=1$ ، کدام است؟

$$= \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi \\ A & x = \pi \\ 3 & \text{فرض کنید } \pi < x < 2\pi \\ B & x = 2\pi \\ 0 & x > 2\pi \end{cases}$$

(۱)  $4(A+B)$

(۲)  $6A+2B$

(۳)  $10B$

(۴)  $8A$

۳- اگر  $f(x) = \int_0^{\infty} p(w) \cos(wx) dw$  و  $xf(x) = \int_0^{\infty} q(w) \sin(wx) dw$ ، آنگاه حاصل  $\frac{dp(w)}{dw}$  کدام است؟

(۱)  $-q(w)$

(۲)  $\frac{-q(w)}{2}$

(۳)  $\frac{q(w)}{2}$

(۴)  $q(w)$

۴- تبدیل فوریه جواب معادله دیفرانسیل  $\pi(y'' - y) = \frac{-1}{t^2 + 1}$ ، کدام است؟

$$y(w) = (w^2 + 1)e^{-w} \quad (1)$$

$$y(w) = w^2 e^{-w} \quad (2)$$

$$y(w) = \frac{e^{-w}}{w^2} \quad (3)$$

$$y(w) = \frac{e^{-w}}{w^2 + 1} \quad (4)$$

۵- فرض کنید  $u(x, y)$  جواب ناصفر (غیربديهی) حاصل از روش ضربی (تفکیک متغیرها) برای حل معادله دیفرانسیل جزئی  $u_{xx} - 2yu_y - u = 0$ ،  $0 < x < \pi, y > 0$ ، با شرایط مرزی  $u(0, y) = u(\pi, y) = 0$  باشد.

کدام مورد درست است؟

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n \sin(nx)}{y^n \sqrt{y}} \quad (1)$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n \sin(nx)}{\sqrt{y^{n^2-1}}} \quad (2)$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n \sin(nx)}{\sqrt{y^{n^2+1}}} \quad (3)$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n \sqrt{y} \sin(nx)}{y^n} \quad (4)$$

۶- پتانسیل الکترواستاتیک بر روی نیم‌دایره‌های بالایی و پایینی یک دایره به مرکز مبدأ مختصات و شعاع واحد،

به ترتیب،  $0$  و  $1$  و به‌ازای  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ،  $0 \leq r < 1$  برابر  $u(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n (A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta))$  است.

کدام مورد، درست است؟

$$A_n = 0 \quad \text{و} \quad B_n = \frac{2((-1)^n - 1)}{n\pi} \quad (1)$$

$$A_n = 0 \quad \text{و} \quad B_n = \frac{(-1)^n - 1}{n\pi} \quad (2)$$

$$A_n = 1 \quad \text{و} \quad B_n = \frac{1 - (-1)^n}{n\pi} \quad (3)$$

$$A_n = 1 \quad \text{و} \quad B_n = \frac{2(1 - (-1)^n)}{n\pi} \quad (4)$$

۷- جواب کراندار  $u(x, t)$ ، از حل مسئله 
$$\begin{cases} u_{xx} = u_{tt} & , -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \frac{\pi}{2} x^2 H(1-x^2) & , u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$
 ، کدام است؟ (H تابع هیوی سایید است.)

(۱) 
$$\int_0^\infty \int_0^1 s^2 \sin(ws) \cos(\sqrt{wt}) \sin(wx) ds dw$$

(۲) 
$$\int_0^\infty \int_0^1 s^2 \cos(ws) \cos(\sqrt{wt}) \cos(wx) ds dw$$

(۳) 
$$\int_0^\infty \int_0^1 s^2 \cos(ws) \cos(\sqrt{wt}) \sin(wx) ds dw$$

(۴) 
$$\int_0^\infty \int_0^1 s^2 \cos(ws) \cos(\sqrt{wt}) \cos(wx) ds dw$$

۸- فرض کنید مسئله مقدار اولیه — مرزی 
$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$
 دارای جواب

اگر  $u(x, t) = \sum_{n=1}^\infty u_n(t) \cos\left(\frac{(2n-1)x}{2}\right)$  باشد.  $f(x, t) = e^{-3t} \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ ، آنگاه مقدار  $u\left(\frac{2\pi}{3}, 4\right)$ ، کدام است؟

(۱) 
$$\frac{e^{12} - 1}{6e^{11}}$$

(۲) 
$$\frac{e^{12} - 1}{3e^{11}}$$

(۳) 
$$\frac{2(e^{11} - 1)}{11e^{12}}$$

(۴) 
$$\frac{4(e^{11} - 1)}{11e^{12}}$$

۹- فرض کنید  $f(z = x + iy) = \frac{x^2 + y^2 + x}{(x+1)^2 + y^2} + iv(x, y)$ ، به ازای  $z \neq -1$  تحلیلی باشد. مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

۱۰- مقدار 
$$\sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-1} (\pi + 2i)^{2n-1}}{(2n-1)!}$$
 ، کدام است؟

(۱)  $-i \sinh(2)$

(۲)  $i \sinh(2)$

(۳)  $i \sin(2)$

(۴) سری واگرا است.

۱۱- مانده  $f(z) = e^z \sinh\left(\frac{1}{z}\right)$  حول نقطه  $z = 0$ ، کدام است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{((2n+1)!)^2} \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n}{((2n)!)^2} \quad (4)$$

۱۲- ضریب  $z^n$  در سری لوران  $f(z) = \sin\left(z + \frac{1}{z}\right)$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(2 \cos \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(2 \cos \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (2)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin(2 \cos \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (3)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(2 \cos \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (4)$$

۱۳- مقدار  $\oint_{|z|=1} \frac{\tanh(z+1)}{e^z \sin(z)} dz$ ، کدام است؟

(۱) صفر

$$2\pi i \tanh(1) \quad (2)$$

$$2\pi i \tanh(2) \quad (3)$$

$$4\pi i \tanh(2) \quad (4)$$

۱۴- مقدار  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi x) dx}{x^2 + 2x + 2}$ ، کدام است؟

$$\frac{\pi}{2} (\cosh(2\pi) - 1) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} (\cosh(2\pi) + 1) \quad (2)$$

$$\frac{\pi(e^{2\pi} - 1)}{2e^{2\pi}} \quad (3)$$

$$\frac{\pi(e^{2\pi} + 1)}{2e^{2\pi}} \quad (4)$$

۱۵- نقش تصویر منحنی  $|z+1|=1$  توسط نگاشت  $w = \frac{z+1}{2iz}$ ، کدام است؟ ( $w = u+iv$  و  $z = x+iy$ )

$$v = -\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$u = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-3u + 2v = 0 \quad (3)$$

$$|w| = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

ترمودینامیک:

۱۶- کدام مورد درست است؟

(۱) آنتالپی گاز کامل و آنتالپی سیالات تراکم‌ناپذیر، مستقل از فشار است.

(۲) آنتالپی گاز کامل و آنتروپی سیالات تراکم‌ناپذیر، فقط و فقط تابع دما است.

(۳) انرژی داخلی و آنتروپی گازهای کامل و سیالات تراکم‌ناپذیر، مستقل از فشار است.

(۴) برای سیالات تراکم‌ناپذیر انرژی داخلی و برای گازهای کامل انرژی داخلی، آنتالپی و آنتروپی مستقل از فشار است.

۱۷- دو مخزن صلب و کاملاً عایق با حجم‌های مساوی توسط یک شیر اتصال به هم وصل هستند. در مخزن اول، یک گاز کامل

در دمای  $320\text{ K}$  و فشار ۵ بار وجود دارد. در مخزن دوم، خلأ کامل داریم. اگر شیر اتصال بین دو مخزن را باز کنیم تا به

تعادل کامل برسیم، به ترتیب، فشار نهایی (برحسب بار) و دمای نهایی (برحسب کلونین) چقدر است؟

$$(1) \quad 2/5 \text{ و } 320$$

$$(2) \quad 2/5 \text{ و } 300$$

$$(3) \quad 4 \text{ و } 320$$

(۴) چون جنس گاز معلوم نیست، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۸- در یک فرایند بازگشت‌پذیر، فشار ثابت برای یک سیستم (بسته) یا جرم کنترل، مقدار تبادل گرمایی با محیط

برابر کدام است؟

(۱) مقدار تغییرات انرژی آزاد گیبس

(۲) مقدار تغییرات انرژی داخلی

(۳) مقدار تغییرات آنتالپی

(۴) مقدار کار انجام شده

۱۹- جریانی به شدت ۵ و آنتالپی مخصوص ۳ به صورت کاملاً یکنواخت (پایدار یا SSSF) وارد یک حجم کنترل شده و با جریان

دیگری با شدت ۳ و آنتالپی مخصوص ۱۰ مخلوط می‌شود. جریان خروجی دارای آنتالپی مخصوص ۲۰ می‌باشد. درون حجم

کنترل یک همزن با توان مصرفی ۱۰۰ کار می‌کند. شدت تبادل گرما با حجم کنترل چقدر است؟ (واحدها همه هم‌آهنگ و

اختیاری است.)

$$(1) \quad 15$$

$$(2) \quad 75$$

$$(3) \quad 215$$

$$(4) \quad 275$$

۲۰- برای گازی معادله حالت  $P(v-b) = RT$  صحیح است که در آن  $b$  عدد ثابتی است. در این صورت  $\Delta s$  آن در دمای ثابت کدام است؟

$$R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (1) \qquad R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (2)$$

$$R \ln \frac{v_1}{v_2} \quad (3) \qquad R \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (4)$$

۲۱- معادله حالت گازی از رابطه  $p(v-b) = RT$  پیروی می کند که در آن  $b$  عدد ثابتی است. برای یک تحول دما ثابت (ایزوترمال)،  $\Delta H$  برابر کدام است؟

$$bRT \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \quad (1) \qquad bRT \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (2)$$

$$b(P_2 - P_1) \quad (3) \qquad \text{صفر} \quad (4)$$

۲۲- یک مخلوط گازی در دمای  $T$  و فشار  $P$  دارای ضریب تراکم پذیری ( $z$ ) برابر  $0.8$  است. اگر برای این گاز معادله ویریال به شکل  $z = 1 + B'P$  را صادق فرض کنیم، به طور تقریبی ضریب فوگاسیته آن چقدر است؟

$$\text{Exp}(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

$$0.76 \quad (1) \qquad 0.82 \quad (2)$$

$$0.86 \quad (3) \qquad \text{با این اطلاعات قابل محاسبه نیست.} \quad (4)$$

۲۳- تابع آنتروپی باقیمانده (پسماند) یا  $s^{\text{ig}} - s = s' - s = -s^R = \Delta s'$  برای یک گاز واقعی برابر کدام است؟

$$\int_0^P \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P + \frac{R}{P} \right] dP \quad (2) \qquad \int_0^P \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - \frac{R c_v}{c_p \times P} \right] dP \quad (1)$$

$$\int_0^P \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - \frac{R}{P} \right] dP \quad (4) \qquad \int_0^P \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - \frac{v}{T} \right] dP \quad (3)$$

۲۴- یک سیلندر و پیستون بدون اصطکاک و غیرعایق شده حاوی  $0.5$  کیلوگرم مایع اشباع با کیفیت  $10$  درصد است. کل دستگاه در دمای  $25^\circ\text{C}$  قرار دارد و بر روی پیستون به اندازه کافی وزنه گذاشته ایم که فشار وارد از طرف پیستون بر مایع دقیقاً برابر فشار اشباع مایع در این درجه حرارت است. اگر یک وزنه بسیار کوچک به وزنه های روی پیستون اضافه کنیم و به مقدار زیادی صبر کنیم، این سیلندر و پیستون به طور تقریبی چه مقدار گرما (برحسب کیلوژول) با محیط مبادله خواهد کرد؟ (داده ها برحسب کیلوژول بر کیلوگرم عبارتند از:  $u_f = 100, u_g = 1000, h_f = 200, h_g = 1500$ )

$$45 \quad (1)$$

$$55 \quad (2)$$

$$65 \quad (3)$$

$$\text{تقریباً صفر} \quad (4)$$

۲۵- کدام رابطه، تعریف دقیقی برای دمای بویل است؟

$$\lim_{P \rightarrow 0} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = 0 \quad (1) \qquad \lim_{P \rightarrow 0} \left( \frac{\partial z}{\partial T} \right)_P = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{P \rightarrow 0} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T = 0 \quad (3) \qquad \lim_{P \rightarrow 0} \left( \frac{\partial z}{\partial P} \right)_T = 0 \quad (4)$$

۲۶- برای یک واحد جرم ماده تک‌فازی، تابع  $(\frac{\partial s}{\partial p})_T$  برابر کدام است؟

$$(1) -\frac{c_v}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s \quad (2) -\frac{c_p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s$$

$$(3) -\frac{c_p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H \quad (4) \frac{c_v}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H$$

۲۷- اگر یک جسم خالص فرضی دارای سه آلو تروپی باشد، کدام مورد برای آن درست است؟

(۱) تعداد نقاط سه‌گانه آن برابر ۱۰ است.

(۲) فقط یک نقطه سه‌گانه دارد.

(۳) یک نقطه پنج‌گانه دارد.

(۴) چهار نقطه سه‌گانه دارد.

۲۸- مخزن صلبی حاوی ۱۰۰۰ کیلوگرم مایع و بخار اشباع خالص با کیفیت ۱۰ درصد و فشار یک بار می‌باشد. در بالای

مخزن، شیر اطمینانی وجود دارد تا فشار ۴ MPa کاملاً بسته می‌ماند. به این مخزن گرما می‌دهیم، درست تا

لحظه‌ای که شیر متصل به مخزن باز می‌شود، چند مگاژول به مخزن گرما داده‌ایم؟

(داده‌ها برحسب کیلوژول بر کیلوگرم: در حالت اولیه:  $u_f = 400$ ,  $u_g = 2500$ , در حالت ثانویه:  $u_f = 1000$ )

(۱) ۳۹

(۲) ۳۹۰

(۳) ۴/۹

(۴) ۳۹۰۰

۲۹- مخزن صلب غیرعایقی حاوی هلیوم در دمای محیط ۳۰۰ K و فشار ۲ MPa است. از این مخزن هلیوم، برای پرکردن

یک بالن کرووی به حجم  $40 \text{ m}^3$  استفاده می‌کنیم. این بالن در ابتدا به صورت مسطح بوده و بر روی زمین خوابیده است.

شیر رابط بین مخزن و بالن را کمی باز می‌کنیم و صبر می‌کنیم تا خروج هلیوم از مخزن به بالن به اتمام برسد و بالن به

شکل کرووی درآید. هلیوم سیستم و گاز کامل فرض می‌شود. بالن نیز مثل مخزن غیرعایق است. فشار هوا یک بار می‌باشد.

فرض می‌کنیم که ماده سازنده جدار بالن دارای ضخامت ثابت بوده و به هیچ‌وجه کشیده نمی‌شود. به ترتیب، مقدار کار

انجام شده توسط هلیوم (برحسب کیلوژول) و حجم مخزن (برحسب لیتر) به‌طور تقریبی چقدر است؟

(۱) ۴۰۰۰ و ۱۹۱۰

(۲) ۴۰۰۰ و ۲۲۰۵

(۳) ۴۰۰۰ و ۲۱۰۵

(۴) صفر و ۲۱۰۵

۳۰- ضریب ویریال مرتبه دوم (B) یک گاز از رابطه  $B = b - \frac{\alpha}{T^2}$  که در آن  $\alpha$  و  $b$  ثابت هستند، به دست می‌آید. تغییر

آنتالپی واحد جرم این گاز، در دمای ثابت T، زمانی که فشار از یک فشار خیلی خیلی کم تا فشار نهایی  $\pi$  تغییر

کند، کدام است؟

$$(1) b\pi - \frac{3\alpha\pi}{T^2} \quad (2) -3\alpha \frac{\pi}{T^2}$$

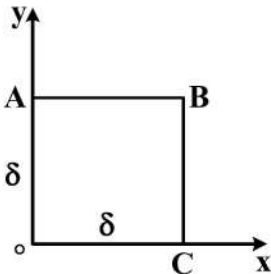
$$(3) -2\alpha \frac{\pi}{T^2} \quad (4) b\pi$$

مکانیک سیالات پیشرفته - ترمودینامیک پیشرفته:

۳۱- در المان سیال، اندازه سرعت‌ها داده شده است. آهنگ زمانی تغییر زاویه این المان سیال کدام مورد می‌باشد؟

$$U_o = 0, U_A = 2, U_B = 2, U_C = U_B$$

$$V_o = 0, V_A = 0, V_B = 3, V_C = V_B$$



$$\frac{3}{\delta} \quad (1)$$

$$\frac{5}{\delta} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\delta} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\delta} \quad (4)$$

۳۲- در تقریب بوزینسک (فرض بوزینسک)، چگالی در کدام جمله (ها) را به ترتیب، ثابت و در کدام جمله (ها) متغیر در نظر می‌گیریم؟

- (۱) جابه‌جایی - مربوط به شتاب ثقل و ناپایایی
- (۲) مربوط به شتاب ثقل - ناپایایی جابه‌جا
- (۳) ناپایایی - جابه‌جایی و مربوط به شتاب ثقل
- (۴) ناپایایی و جابه‌جایی - مربوط به شتاب ثقل

۳۳- در دوران جسم جامد (صلب) سیال، کدام مورد درست است؟

- (۱) سطوح فشار ثابت به شکل هذلولی است.
- (۲) تنش‌های لزج غیر صفر است و معادلات اولر لزج به کار می‌رود.
- (۳) تنش‌های لزج صفر است و معادلات اولر غیر لزج به کار می‌رود.
- (۴) رابطه برنولی برای نقاط روی خطوط جریان مختلف ثابت است.

۳۴- برای حل انتگرالی جریان در لایه مرزی بر روی صفحه تخت با گرادیان فشار  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ، پروفیل مرتبه سوم (درجه ۳) حدس زده شده است. کدام مورد، پروفیل صحیح جریان را نشان می‌دهد؟

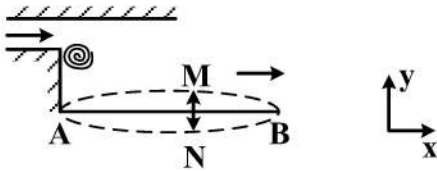
$$\frac{u}{u_\infty} = \left( \frac{3}{2} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{4u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right) + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{2u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{2u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (1)$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \left( \frac{3}{2} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{4u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right) + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{2u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{2u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (2)$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{2u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta^2}{2u_\infty \nu} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (3)$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (4)$$

۳۵- در کانال با پله وارون سازگار با شکل، سطح AB در امتداد محور y نوسان می کند. کدام مورد در خصوص اندازه گردابه ANB یا AMB درست است و فشار در مقطع خروجی چه تغییری می کند؟

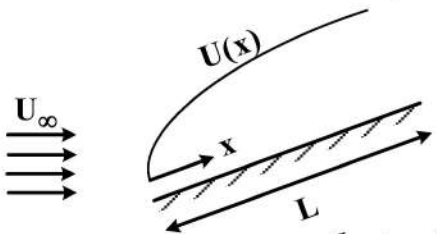


- (۱) ANB، گردابه کوچک - افزایش می یابد.
- (۲) ANB، گردابه بزرگ - افزایش می یابد.
- (۳) AMB، گردابه کوچک - کاهش می یابد.
- (۴) AMB، گردابه بزرگ - افزایش می یابد.

۳۶- پروفیل سرعت جریان بین دو صفحه موازی با فاصله H که صفحه بالایی با سرعت  $U_0$  حرکت داده می شود به فرم  $u = \frac{U_0 y}{H}$  است، کدام مورد در خصوص میزان ورتیسیتهی این جریان صحیح است؟

- (۱) میزان ورتیسیتهی در همه جریان ثابت و برابر با  $\frac{-U_0}{H}$  است.
- (۲) ماکزیمم ورتیسیته روی دیواره بالایی با مقدار  $\frac{U_0}{H}$  روی می دهد.
- (۳) ماکزیمم ورتیسیته در نقطه ماکزیمم تنش برشی در جریان روی می دهد.
- (۴) ورتیسیته به صورت خطی از مقدار صفر تا  $\frac{-U_0}{H}$  روی دیواره بالایی متغیر است.

۳۷- در جریان سیال بر روی یک جسم خاص، سرعت جریان آزاد از رابطه  $U(x) = U_\infty (1 - \frac{x}{L})$  پیروی می کند. در مورد چنین جریانی، اگر L به اندازه کافی بزرگ باشد، کدام گزینه صحیح می باشد؟

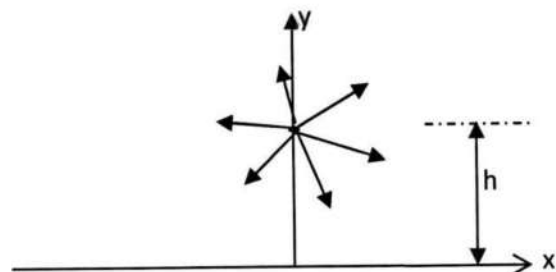


- (۱) امکان وقوع جدایش لایه مرزی وجود ندارد.
- (۲) گرادیان فشار مساعد در مسئله برقرار است.
- (۳) جدایش لایه مرزی به وقوع خواهد پیوست.
- (۴) در درون لایه مرزی تنش برشی بر روی جسم ثابت خواهد بود و با X تغییر نمی کند.

۳۸- صفحه ای به طول ۲ متر و عرض یک متر در جریان بادی قرار دارد. برای اینکه حداقل نیروی پسا روی صفحه اعمال شود، بهتر است صفحه چگونه قرار گیرد؟

- (۱) موازی جریان باد و عرض آن در جهت باد
- (۲) موازی جریان باد و طول آن در جهت باد
- (۳) عمود بر جریان باد و طول آن موازی افق
- (۴) عمود بر جریان باد و عرض آن موازی افق

۳۹- یک چشمه به قدرت m در فاصله h از یک دیوار قرار گرفته است. کدام مورد معرف فشار در امتداد دیوار ( $P(x=0)$ ) است؟ ( $\rho$  چگالی،  $P_0$  فشار در دوردست)



- (۱)  $P_0 + \frac{\rho m^2 x^2}{2\pi^2 (x^2 + h^2)^2}$
- (۲)  $P_0 - \frac{\rho m^2 x^2}{\pi^2 (x^2 + h^2)^2}$
- (۳)  $P_0 - \frac{\rho m^2 x^2}{2\pi^2 (x^2 - h^2)^2}$
- (۴)  $P_0 - \frac{\rho m^2 x^2}{2\pi^2 (x^2 + h^2)^2}$

۴۰- معیاری که براساس آن می توان دربارهٔ فرض پیوستگی محیط (continuum mechanics) تصمیم گرفت، کدام است؟

$$\text{Fr} = \frac{V}{\sqrt{gh}} \quad (۱) \text{ عدد فرود}$$

$$\text{St} = \frac{fd}{U} \quad (۲) \text{ عدد اشتروهل}$$

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{S} \quad (۳) \text{ عدد نادسن}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho Vd}{\mu} \quad (۴) \text{ عدد رینولدز}$$

۴۱- در جریان خزشی اطراف کره، کدام مورد نادرست است؟

(۱) در این جریان، گرادیان فشار معکوس وجود دارد. (۲) شرط مرزی عدم لغزش روی کره برقرار است.

(۳) خطوط جریان پشت و جلوی کره متقارن هستند. (۴) در این جریان، جدایش رخ نمی دهد.

۴۲- کره ای را در نظر بگیرید که از حالت سکون در سیال غیر لزجی سقوط می کند. اگر  $\rho_0$  چگالی کره و  $\rho$  چگالی

سیال باشد، شتاب کره کدام مورد است؟ (g، شتاب گرانش است).

$$\frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0 + \frac{1}{2}\rho} g \quad (۱)$$

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 + \frac{1}{2}\rho} g \quad (۲)$$

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 + \frac{1}{3}\rho} g \quad (۳)$$

$$\frac{\rho_0 + \rho}{\rho_0 + \frac{1}{3}\rho} g \quad (۴)$$

۴۳- مجرای باریکی به عرض  $2B$  و عمق واحد در جهت گرانش در نظر بگیرید. سیالی با چگالی  $\rho$  و لزجت  $\mu$  در این

مجرا به سمت پایین به صورت آرام حرکت می کند. سرعت متوسط درون مجرا کدام است؟

$$\frac{1}{2} \frac{\rho g B^2}{\mu} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\rho g B^2}{\mu} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \frac{\rho g B^2}{\mu} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\rho g B^2}{\mu} \quad (۴)$$

۴۴- کدام رابطه نشان دهندهٔ رابطهٔ ناپایای جابه جایی - پخش غیر خطی است؟

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (۱)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (۴)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (۳)$$

۴۵- کدام مورد در خصوص ضریب دوم لزجت که یک خاصیت ترموفیزیکی سیال است، درست تر است؟

- (۱) اگر از پیشنهاد استوکس برای سیال تراکم‌پذیر استفاده نشود، تانسور تنش ناشی از آن به تانسور تنش اضافه می‌شود.
- (۲) در جریان سیال با عدد رینولدز بالا توأم با تراکم‌پذیری نسبتاً کم، باز هم می‌توان از اثر آن صرف‌نظر کرد.
- (۳) در جریان سیال تراکم‌پذیر، اگر چه ظاهر می‌شود، به پیشنهاد استوکس راهی برای حذف اثر آن وجود دارد.
- (۴) هر سه مورد

۴۶- با انتقال گرما به آهستگی و برگشت‌پذیر به یک سیستم دارای گاز ایده‌آل طی فرایند فشار ثابت، حجم آن دو برابر می‌شود. تغییر آنتروپی بر واحد جرم سیستم چقدر است؟ (گرماهای ویژه ثابت فرض شوند.)

$$C_p \ln(2) \quad (1) \qquad C_v \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad (2)$$

$$C_v \ln(2) \quad (3) \qquad C_p \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

۴۷- آنتروپی یک سیستم ترمودینامیکی بر حسب متغیرهای حجم (V)، انرژی داخلی (U) و تعداد مول‌ها (N) به شکل زیر است. نسبت فشار به دما  $\left(\frac{P}{T}\right)$  در این سیستم کدام است؟

$$s = c_o NVU$$

$$c_o \quad (1) \qquad c_o NV \quad (2)$$

$$\frac{c_o N}{s} \quad (3) \qquad c_o NU \quad (4)$$

۴۸- اگر معادله گاز واندروالس  $P = \frac{RT}{V-m} - \frac{n}{V^2}$  باشد و ضریب انبساط حجمی گاز  $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$  و ضریب ژول تامسون

$\mu_j = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h$  باشد، درجه حرارت در نقطه وارونگی (Inversion Point) بر حسب  $\alpha$  کدام است؟

$$T = \alpha \quad (1) \qquad T = 2\alpha \quad (2)$$

$$T = \frac{1}{\alpha} \quad (3) \qquad T = \alpha^2 \quad (4)$$

۴۹- یک سیستم در حال تعادل حرارتی با محیط خود در دمای T است. اگر به سیستم در فشار ثابت، حرارت داده شود و تبادل کاری به غیر از انبساط وجود نداشته باشد، کدام مورد درست است؟

$$dS_{H,P} \leq 0 \quad \text{یا} \quad dH_{S,P} \geq 0 \quad (1) \qquad dS_{H,P} \geq 0 \quad \text{یا} \quad dH_{S,P} \leq 0 \quad (2)$$

$$dS_{H,P} = 0 \quad \text{یا} \quad dH_{S,P} = 0 \quad (3) \qquad dS_{H,P} \leq 0 \quad \text{یا} \quad dH_{S,P} \leq 0 \quad (4)$$

۵۰- دو استخر A و B با مقادیر مساوی آب پر شده‌اند،  $m_A = m_B$ . در ابتدا استخر A گرمتر از استخر B است،  $T_{A_0} > T_{B_0}$ .

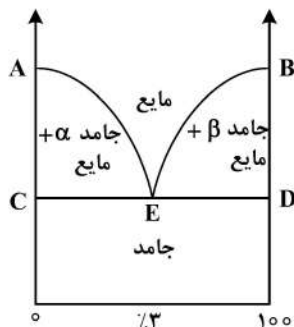
دو استخر در تماس حرارتی با یکدیگر قرار می‌گیرند و نهایتاً به تعادل حرارتی می‌رسند، آنتروپی تولید ناشی از تبادل حرارت

دو استخر ( $S_{gen}$ ) کدام است؟ (گرمای ویژه آب ثابت و برابر  $C \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$  است و دمای تعادل  $T_f$  است.)

$$mc \ln \frac{T_f^2}{T_{A_0} T_{B_0}} \quad (1) \qquad mc \ln \frac{T_f^2}{T_{A_0} T_{B_0}} \quad (2)$$

$$mc \ln \left( \frac{T_{A_0} T_{B_0}}{T_f^2} \right)^2 \quad (3) \qquad mc \ln \left( \frac{T_f^2}{T_{A_0} T_{B_0}} \right)^2 \quad (4)$$

۵۱- دیاگرام فاز یک آلیاژ در شکل زیر نشان داده شده است. تعداد درجه آزادی در نقطه E کدام است؟  
(قاعده فاز گیبس  $F + R = n + 2$  که  $n$  تعداد اجزاء،  $R$  تعداد فازها و  $F$  درجه آزادی است.)



- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۵۲- ضمن انجام فرایندی در سیستم (جرم کنترل)، خواص تعادل اولیه و نهایی به قرار زیر است. اگر جرم سیستم یک کیلوگرم و فشار محیط  $P_0 = 100 \text{ kPa}$  و دمای محیط  $T_0 = 300 \text{ K}$  باشد، تغییر انرژی سیستم طی این فرایند چند kJ است؟

$$u_1 = 2700 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad s_1 = 7.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg-K}} \quad v_1 = 0.25 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$u_2 = 2600 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad s_2 = 7.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg-K}} \quad v_2 = 0.75 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

- (۱)  $-130$
- (۲)  $+130$
- (۳)  $-80$
- (۴)  $+80$

۵۳- افت انرژی گاز ایدئال در فرایند اختناق آدیاباتیک با نسبت فشار  $\frac{P_2}{P_1} = 0.368$  چقدر است؟ (دمای محیط را  $T_0$  در نظر بگیرید.)

- (۱)  $0.632 RT_0$
- (۲)  $RT_0$
- (۳)  $0.368 RT_0$
- (۴) صفر

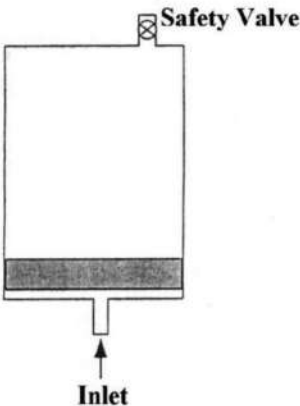
۵۴- در یک سیستم، ترازهای انرژی به ترتیب ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ... واحد هستند، دیژنریسی هر تراز را ۱۰ در نظر بگیرید. تعداد ذرات ۴ بوده و انرژی سیستم ۳ واحد است. تعداد میکرو استیت این سیستم چند تا است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۵۵- در یک سیستم ترازهای انرژی به ترتیب ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ... واحد هستند، دیژنریسی هر تراز را ۱۰ در نظر بگیرید. تعداد ذرات ۴ بوده و انرژی سیستم ۳ واحد است. اگر توزیع ماکسول بولتزمن اصلاح شده در خصوص این سیستم درست باشد، تعداد میکرو استیت ماکرو بیشترین احتمال این سیستم چقدر است؟

- (۱) ۵۰۰۰
- (۲) ۵۰۰۰۰
- (۳) ۱۶۶۷
- (۴) ۱۶۶۷۰

۵۶- سیلندر - پیستون نشان داده شده در ابتدا حاوی ۵ لیتر هوا در فشار ۲۰ کیلوپاسکال و دمای ۳۰۰ کلوین می‌باشد و پیستون مسی به جرم ۲۰ کیلوگرم و قطر ۱۰ سانتی‌متر کف سیلندر قرار دارد. در بالای سیلندر شیر اطمینانی قرار دارد که روی ۱۰۰ کیلوپاسکال تنظیم شده است. جریان هوایی با دمای ۳۰۰ کلوین و دبی جرمی ثابت ۱۰ گرم بر دقیقه از مجرای زیر پیستون وارد می‌شود و پیستون را به آهستگی به سمت بالا حرکت می‌دهد. سیلندر و پیستون کاملاً عایق هستند و اصطکاک ناچیز است. دمای هوا در داخل سیلندر در لحظه باز شدن شیر اطمینان چند کلوین است؟ (تغییرات گرمای ویژه نسبت به دما ناچیز است.  $k_{air} = 1/4$ )



- (۱) ۵۴۵
- (۲) ۴۷۵
- (۳) ۳۸۰
- (۴) ۳۰۰

۵۷- یک مخزن کاملاً خالی به حجم  $0.15 \text{ m}^3$  به خط لوله‌ای که هوا در دمای محیط  $25^\circ\text{C}$  و فشار  $8 \text{ MPa}$  در آن جریان است وصل شده است. شیر بین مخزن و خط لوله باز می‌شود و مخزن به سرعت پر شده و فشارش به فشار خط لوله می‌رسد. در این شرایط، شیر بسته و فرصت کافی به مخزن داده می‌شود تا هوای داخل مخزن دمایش به دمای محیط برسد، فشار نهایی هوا بر حسب مگاپاسکال در داخل مخزن چقدر است؟ ( $k_{air} = 1/4$ )

- (۱) ۸
- (۲) ۶/۸
- (۳) ۵/۷
- (۴) ۴/۹۳

۵۸- یک سیستم ویژه دارای ترازهای انرژی صفر، ۱ و ۲ واحد است، دیژنریسی ترازها ۱۰۰۰۰ در نظر گرفته شده است. تعداد ذرات ۳۰۰۰ و انرژی درونی آن ۱۰۰۰ واحد است، توزیع مکسول بولتزمن درست است، مقدار  $e^{-\beta}$  در شرایط تعادل ترمودینامیکی چقدر است؟ ( $\sqrt{13} \approx 3.6$ )

- (۱) ۱/۵
- (۲) ۱/۲
- (۳) ۰/۴۳۴
- (۴) ۰/۷۳۴

۵۹- آنتروپی بر کیلومول گاز آرگون (تک اتمی) بر حسب کیلوژول بر کیلومول کلوین در دمای ۳۰۰ کلوین و فشار ۲۰۰ کیلوپاسکال چقدر است؟ (اتم‌های آرگون در پایین‌ترین تراز الکترونی بوده و دیژنریسی پایین‌ترین تراز الکترونی برابر یک

$$\frac{Z_t}{N} = \frac{2}{5} \frac{M^2 T^2}{P} \quad \text{و} \quad \ln(10^7) = 16.1 \quad \text{است.} \quad 40 \text{ برابر}$$

فرض شود، جرم مولکولی آرگون برابر ۴۰ است. (M جرم مولکولی، T بر حسب K و P بر حسب kPa)

- (۱) ۱۱۰
- (۲) ۱۵۵
- (۳) ۱۸۰
- (۴) ۲۱۰

۶۰- اگر تابع تقسیم الکترونی گاز اکسیژن برابر  $Z_e = ۳/۲۳$  باشد، سهم تعداد مولکول‌های این گاز در پایین‌ترین تراز الکترونی چقدر است؟ (دیتزیسی این تراز برابر صفر است).

- (۱) ۱
- (۲) ۰٫۸۵
- (۳) ۰٫۸
- (۴) ۰٫۹۳

دینامیک پیشرفته - ارتعاشات پیشرفته - کنترل پیشرفته:

۶۱- بردارهای یک‌مختصات هذلولوی - بیضوی  $(\alpha - \beta)$  بر حسب  $\hat{i}$  و  $\hat{j}$  بردارهای یک‌مختصات دکارتی متعامد  $(x - y)$  کدامند؟

$$\begin{cases} x = \cosh \alpha \cdot \sin \beta \\ y = \sinh \alpha \cdot \cos \beta \end{cases}$$

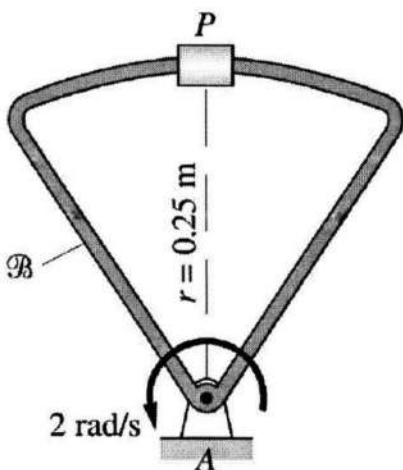
$$\hat{u}_\alpha = \frac{\sinh \alpha \cdot \sin \beta \hat{i} + \cosh \alpha \cdot \cos \beta \hat{j}}{\sqrt{\sinh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cosh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}}, \quad \hat{u}_\beta = \frac{\cosh \alpha \cdot \cos \beta \hat{i} - \sinh \alpha \cdot \sin \beta \hat{j}}{\sqrt{\cosh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \sinh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}} \quad (۱)$$

$$\hat{u}_\alpha = \frac{\cosh \alpha \cdot \cos \beta \hat{i} + \sinh \alpha \cdot \sin \beta \hat{j}}{\sqrt{\cosh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \sinh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}}, \quad \hat{u}_\beta = \frac{-\sinh \alpha \cdot \sin \beta \hat{i} + \cosh \alpha \cdot \cos \beta \hat{j}}{\sqrt{\sinh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cosh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}} \quad (۲)$$

$$\hat{u}_\alpha = \frac{\cosh \alpha \cdot \sin \beta \hat{i} + \sinh \alpha \cdot \cos \beta \hat{j}}{\sqrt{\cosh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \sinh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}}, \quad \hat{u}_\beta = \frac{\sinh \alpha \cdot \cos \beta \hat{i} - \cosh \alpha \cdot \sin \beta \hat{j}}{\sqrt{\sinh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \cosh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}} \quad (۳)$$

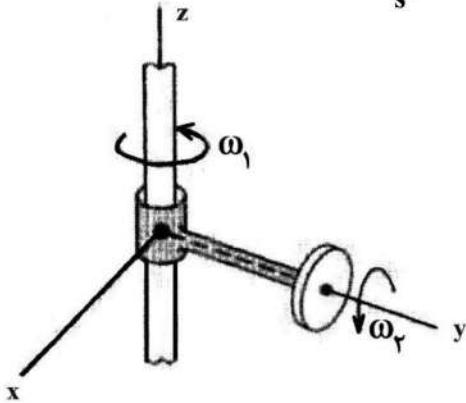
$$\hat{u}_\alpha = \frac{\sinh \alpha \cdot \cos \beta \hat{i} + \cosh \alpha \cdot \sin \beta \hat{j}}{\sqrt{\sinh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \cosh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}}, \quad \hat{u}_\beta = \frac{-\cosh \alpha \cdot \sin \beta \hat{i} + \sinh \alpha \cdot \cos \beta \hat{j}}{\sqrt{\cosh^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \sinh^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}} \quad (۴)$$

۶۲- قاب شکل زیر با سرعت ثابت ۲ رادیان بر ثانیه حول مرکز لولای A دوران می‌کند. در همین حال لغزنده P با سرعت ثابت ۰٫۲ متر بر ثانیه نسبت به قاب به سمت راست حرکت می‌کند. شتاب لغزنده چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام طرف است؟ (مرکز انحنای قاب در محل لغزنده P مرکز لولای A است).



- (۱) ۰٫۳۶ ، بالا
- (۲) ۰٫۳۶ ، پایین
- (۳) ۰٫۲۴ ، پایین
- (۴) ۰٫۲۴ ، بالا

۶۳- بازو در لحظه نشان داده شده در شکل زیر، با سرعت و شتاب زاویه‌ای  $\omega_1 = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  و  $\dot{\omega}_1 = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$  حول محور عمودی دوران می‌کند و دیسک با سرعت و شتاب زاویه‌ای  $\omega_2 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  و  $\dot{\omega}_2 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$  حول آن دوران می‌کند.



شتاب زاویه‌ای مطلق دیسک چند  $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$  است؟

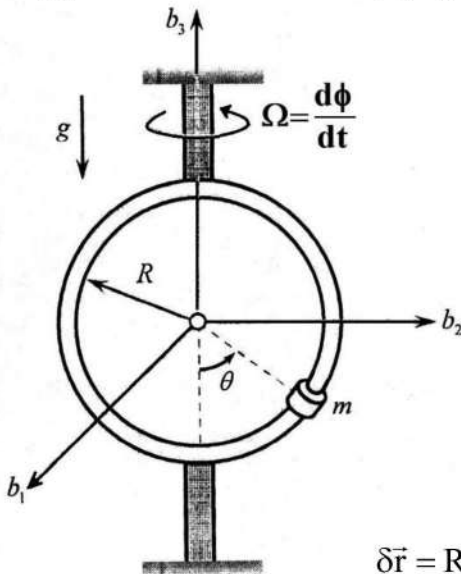
(۱)  $\sqrt{61}$

(۲)  $\sqrt{52}$

(۳) ۵

(۴) ۴

۶۴- یک مهره به جرم  $m$ ، آزادانه داخل یک حلقه به شعاع  $R$  حرکت می‌کند.  $\phi(t)$  زاویه حلقه حول  $\vec{b}_3$  و تابعی معلوم بر حسب زمان است که به حلقه تحمیل شده است. اگر بردار موقعیت مهره  $\vec{r} = R \sin \theta \vec{b}_\phi - R \cos \theta \vec{b}_3$  باشد، آنگاه تغییرات این بردار موقعیت کدام یک از روابط زیر است؟ (توجه:  $\vec{b}_1$ ،  $\vec{b}_\phi$  و  $\vec{b}_3$  دستگاه مختصات متصل به حلقه دوار است.)



(۱)  $\delta \vec{r} = R \cos \theta \delta \theta \vec{b}_\phi + R \sin \theta \delta \theta \vec{b}_3$

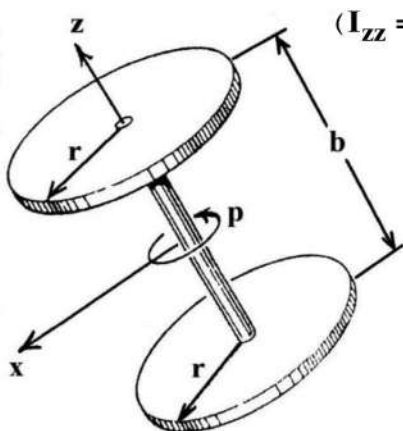
(۲)  $\delta \vec{r} = R \cos \theta \delta \theta \vec{b}_\phi + R \sin \theta \delta \vec{b}_\phi + R \sin \theta \delta \theta \vec{b}_3$

(۳)  $\delta \vec{r} = R \cos \theta \delta \theta \vec{b}_\phi - R \sin \theta \delta \phi \vec{b}_1 + R \sin \theta \delta \theta \vec{b}_3$

(۴)  $\delta \vec{r} = R \cos \theta \delta \theta \vec{b}_\phi + R \sin \theta \delta \vec{b}_\phi + R \sin \theta \delta \theta \vec{b}_3 - R \cos \theta \delta \vec{b}_3$

۶۵- دو دیسک نازک، یکنواخت و مشابه، هر کدام به جرم  $m$  و شعاع  $r$ ، توسط محور مشترک بدون جرمشان یک جسم صلب تشکیل داده که بدون گشتاور خارجی حول مرکز جرم در حال دوران در فضا است. مقدار  $b$  کدام باید باشد تا

حرکت پیش‌روشی نداشته باشد؟ (فرض شود  $I_{zz} = mr^2$ ،  $I_{xx} = \frac{1}{2}m(r^2 + b^2)$ )



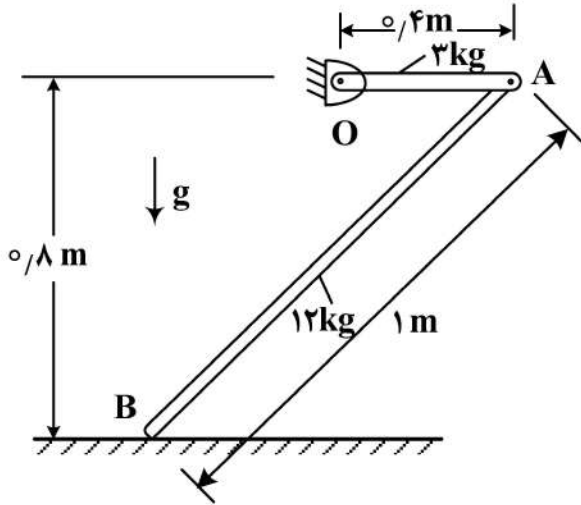
(۱)  $\frac{r}{3}$

(۲)  $\frac{r}{2}$

(۳)  $r$

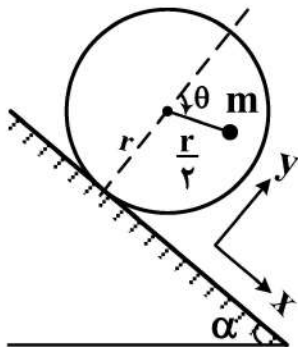
(۴)  $2r$

۶۶- توزیع جرم میله‌های باریک OA و AB در مکانیزم زیر یکنواخت است و از اصطکاک در لولاهای O و A و محل تماس نقطه B صرف نظر می‌شود. میله OA دارای طول ۰/۴m و جرم ۳kg و میله AB دارای طول ۱m و جرم ۱۲kg است. در لحظه رها کردن میله‌ها از حالت سکون، شتاب زاویه‌ای میله OA، چند برابر شتاب زاویه‌ای میله AB است؟



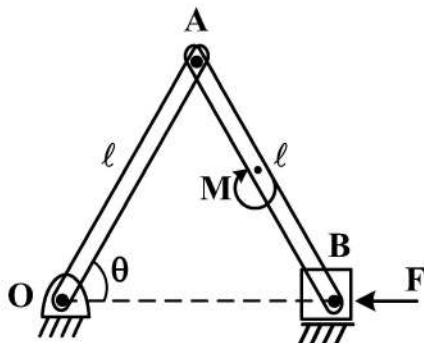
- AB است؟
- (۱)  $\frac{4}{3}$
  - (۲)  $\frac{3}{2}$
  - (۳)  $\frac{3}{4}$
  - (۴)  $\frac{2}{3}$

۶۷- در شکل زیر، جرم m توسط یک میله بدون جرم به یک حلقه بدون جرم و به شعاع r متصل شده و به سمت پایین می‌غلتد. طول میله بدون جرم  $\frac{r}{4}$  است. با فرض مرجع انرژی پتانسیل دلخواه، ترم انرژی پتانسیل این سامانه کدام است؟



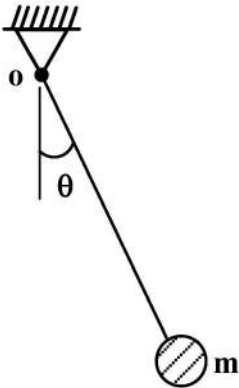
- (۱)  $mg[r \theta \cos \alpha - \frac{r}{4} \sin (\theta + \alpha)] + c$
- (۲)  $mg[-r \theta \sin \alpha + \frac{r}{4} \cos (\theta + \alpha)] + c$
- (۳)  $mg[r \theta \sin \alpha + \frac{r}{4} \cos \theta] + c$
- (۴)  $mg[1 - \cos (\alpha + \theta)] + c$

۶۸- مکانیزم نشان داده شده در نقطه B تحت نیروی F و در نقطه میانی لینک AB تحت گشتاور M قرار دارد. نیروی تعمیم یافته متناظر با مختصه عمومی  $\theta$ ، کدام است؟



- (۱)  $Q_{\theta} = \frac{M}{2l} - F \sin \theta$
- (۲)  $Q_{\theta} = M - 2lF \sin \theta$
- (۳)  $Q_{\theta} = \frac{M}{2l} + F \sin \theta$
- (۴)  $Q_{\theta} = M + 2lF \sin \theta$

۶۹- در پاندول زیر، طول نخ مطابق رابطه  $r = a + b \cos \omega t$  تغییر می کند و در آن  $a, b$  و  $\omega$  مقادیر مثبت و ثابتی هستند. اگر پاندول مقید به حرکت در صفحه قائم باشد، لاگرانژین آن کدام است؟



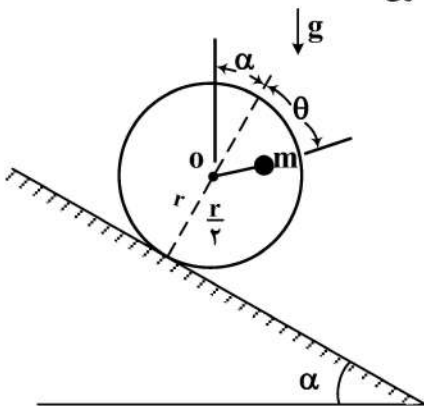
$$L = m \left[ \frac{1}{2} b^2 \omega^2 \sin^2 \omega t - g(a + b \cos \omega t) \cos \theta \right] \quad (۱)$$

$$L = m \left[ \frac{1}{2} (a^2 + b^2 \cos^2 \omega t + 2ab \cos \omega t) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} b^2 \omega^2 \sin^2 \omega t - g(a + b \cos \omega t) \cos \theta \right] \quad (۲)$$

$$L = m \left[ \frac{1}{2} (a^2 + b^2 \cos^2 \omega t + 2ab \cos \omega t) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} b^2 \omega^2 \sin^2 \omega t + g(a + b \cos \omega t) \cos \theta \right] \quad (۳)$$

$$L = m \left[ \frac{1}{2} b^2 \omega^2 \sin^2 \omega t + g(a + b \cos \omega t) \cos \theta \right] \quad (۴)$$

۷۰- ذره ای به جرم  $m$  روی دیسک بدون جرمی به شعاع  $r$  و در فاصله  $\frac{1}{4}r$  از مرکز دیسک  $O$  قرار دارد. دیسک بدون لغزش روی سطحی با شیب  $\alpha$  می غلتد. کدام مورد، معادلات کانونیکال همیلتون است؟



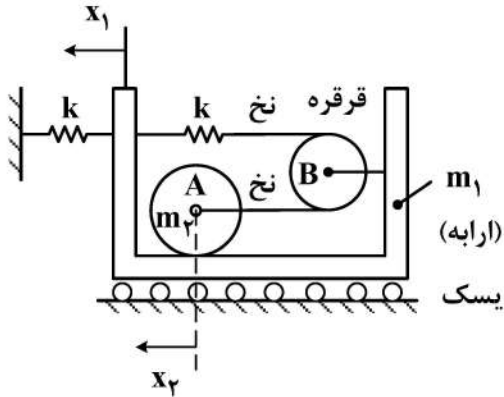
$$\dot{\theta} = \frac{P_\theta}{mr^2 \left( \frac{5}{4} + \cos \theta \right)}, \quad \dot{P}_\theta = \frac{-P_\theta^2 \cos \theta}{2mr^2 \left( \frac{5}{4} + \sin \theta \right)^2} + mgr \left[ \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \theta) \right] \quad (۱)$$

$$\dot{\theta} = \frac{P_\theta}{mr^2 \left( \frac{5}{4} + \cos \theta \right)}, \quad \dot{P}_\theta = \frac{-P_\theta^2 \sin \theta}{2mr^2 \left( \frac{5}{4} + \cos \theta \right)^2} + mgr \left[ \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin(\alpha + \theta) \right] \quad (۲)$$

$$\dot{\theta} = \frac{P_\theta}{mr^2 \left( \frac{5}{4} + \sin \theta \right)}, \quad \dot{P}_\theta = \frac{-P_\theta^2 \sin \theta}{2mr^2 \left( \frac{5}{4} + \cos \theta \right)^2} + mgr \left[ \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin(\alpha + \theta) \right] \quad (۳)$$

$$\dot{\theta} = \frac{P_\theta}{mr^2 \left( \frac{5}{4} + \sin \theta \right)}, \quad \dot{P}_\theta = \frac{-P_\theta^2 \cos \theta}{2mr^2 \left( \frac{5}{4} + \sin \theta \right)^2} + mgr \left[ \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \theta) \right] \quad (۴)$$

۷۱- در سیستم زیر،  $x_1$  جابه‌جایی مطلق اربابه به جرم  $m_1$  و  $x_2$  جابه‌جایی مطلق مرکز دیسک غلتان به جرم  $m_2$  است. مرکز دیسک A به وسیله قرقره بدون جرم B و توسط نخ به فنر متصل است. انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم کدام است؟ ( $m_1 = m_2 = m$  و شعاع دیسک است).



دیسک  $I = \frac{1}{2} m_2 R^2$

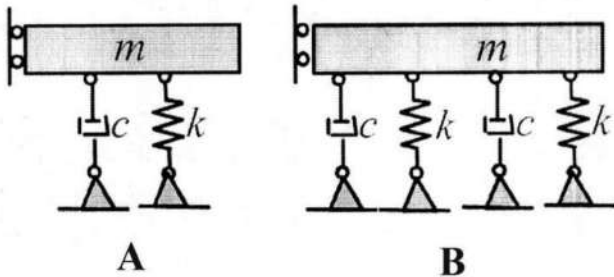
$$T = \frac{m}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2), V = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} k (x_1 + x_2)^2 \quad (1)$$

$$T = \frac{3m}{4} (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) - \frac{m}{2} \dot{x}_1 \dot{x}_2, V = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} k (x_1 + x_2)^2 \quad (2)$$

$$T = \frac{3m}{4} \dot{x}_1^2 + \frac{m}{4} \dot{x}_2^2 - \frac{m}{2} \dot{x}_1 \dot{x}_2, V = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} k (x_1 - x_2)^2 \quad (3)$$

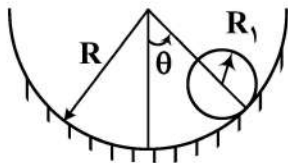
$$T = \frac{3m}{4} (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) - \frac{m}{2} \dot{x}_1 \dot{x}_2, V = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} k (x_1 - x_2)^2 \quad (4)$$

۷۲- در شکل زیر، سیستم (A) در وضعیت میرایی بحرانی است. سیستم (B)، در چه وضعیتی است؟



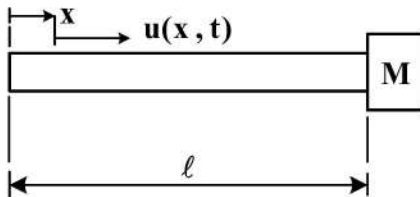
- (۱) زیر میرا
- (۲) فوق میرا
- (۳) میرایی بحرانی
- (۴) دارای میرایی خشک

۷۳- فرکانس طبیعی دایره‌ای استوانه‌ جدار نازکی به جرم m که داخل مسیر استوانه‌ای به شعاع R می‌گردد کدام است؟ (فرض شود دامنه نوسان کوچک است و کل جرم استوانه‌ جدار نازک به‌طور یکنواخت در شعاع  $R_1$  در سطح جانبی آن توزیع شده است).



- (۱)  $\sqrt{\frac{2g}{R - R_1}}$
- (۲)  $\sqrt{\frac{2g}{3(R - R_1)}}$
- (۳)  $\sqrt{\frac{g}{2(R - R_1)}}$
- (۴)  $\sqrt{\frac{3g}{2(R - R_1)}}$

۷۴- معادله فرکانسی ارتعاش طولی میله زیر که انتهای سمت چپ آن آزاد و انتهای سمت راست آن متصل به جرم  $M$  است، کدام است؟ (فرض شود  $\beta = \omega_n \sqrt{\frac{m}{AE}}$  که در آن  $m$  جرم واحد طول،  $A$  سطح مقطع و  $E$  مدول الاستیسیته میله است.)



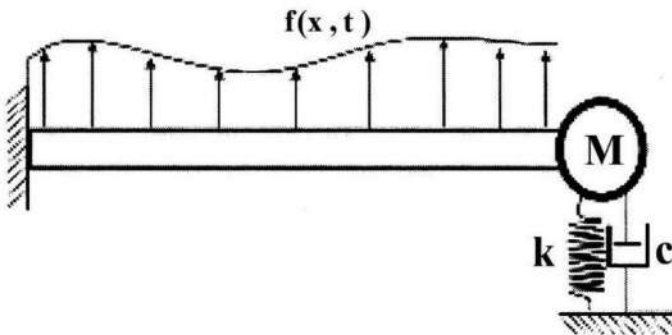
$$\text{tg } \beta l = -\frac{m}{M} \beta \quad (۱)$$

$$\text{tg } \beta l = -\frac{M}{m} \beta \quad (۲)$$

$$\text{tg } \beta l = \frac{M}{m} \beta \quad (۳)$$

$$\text{tg } \beta l = \frac{m}{M} \beta \quad (۴)$$

۷۵- معادله دیفرانسیل حرکت تیر زیر با طول  $L$ ، سطح مقطع  $A$ ، ممان دوم سطح مقطع  $I$ ، مدول الاستیسیته  $E$ ، و چگالی  $\rho$  تحت نیروی گسترده و شرایط مرزی نشان داده شده کدام است؟ (خیز تیر  $w(x, t)$  است.)



$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}) + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (۱)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}) + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + kw(L, t) = f(x, t) \quad (۲)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}) + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + M \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (۳)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}) + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + M \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial t^2} + kw(L, t) + c \frac{\partial w(L, t)}{\partial t} = f(x, t) \quad (۴)$$

۷۶- معادله حرکت یک سیستم یک درجه آزادی به صورت زیر است. در چه فرکانس تحریک  $\Omega$ ، سیستم در حالت تشدید قرار می‌گیرد؟

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = f_0 \sin \Omega t \cos^3 \Omega t$$

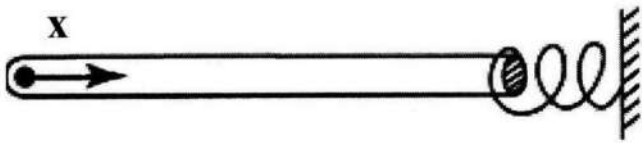
$$\omega_n \quad (۱)$$

$$\omega_n \text{ و } 2\omega_n \quad (۲)$$

$$\omega_n \text{ و } \frac{\omega_n}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\omega_n}{2} \text{ و } \frac{\omega_n}{4} \quad (۴)$$

۷۷- شفت زیر با مدول برشی  $G$  و چگالی  $\rho$  از یک طرف آزاد و از طرف دیگر به فنر پیچشی متصل شده است. اگر فرکانس طبیعی  $n$  ام ارتعاشات پیچشی شفت بر حسب رادیان بر ثانیه  $\omega_n$  باشد، کدام مورد شکل نمود ارتعاشی



$n$  ام است؟  $(C = \sqrt{\frac{G}{\rho}})$

(۱)  $\tan \frac{\omega_n X}{C}$

(۲)  $\cos \frac{\omega_n X}{C}$

(۳)  $\sin \frac{\omega_n X}{C}$

(۴)  $\cot \frac{\omega_n X}{C}$

۷۸- در میله یکنواخت زیر با طول  $L$ ، جرم  $m$ ، مدول الاستیسیته  $E$  و جرم  $M$  متصل به آن با فرض شکل نمود ارتعاش طولی

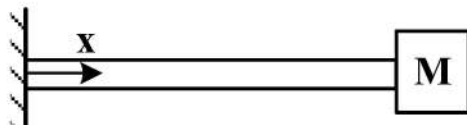
به صورت  $u(x) = a \sin \frac{\pi x}{\lambda L}$ ، مربع فرکانس طبیعی این میله طبق روش ریلی - ریتز بر حسب  $(\frac{r}{s})^2$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi^2 EA}{\lambda L(M+m)}$

(۲)  $\frac{\pi^2 EA}{L(16M + \lambda m)}$

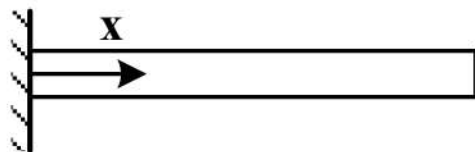
(۳)  $\frac{\pi^2 EA}{L(\lambda M + 4m)}$

(۴)  $\frac{\pi^2 EA}{16L(M+m)}$



۷۹- محور بلند زیر به طول  $L$ ، جرم حجمی  $\rho$ ، مدول برشی  $G$  و ممان قطبی سطح مقطع  $J$  در یک سر آزاد و در سر

دیگر طبق شکل محکم شده است. فرکانس طبیعی  $n$  ام ارتعاش پیچشی آن بر حسب  $\frac{r}{s}$  کدام است؟



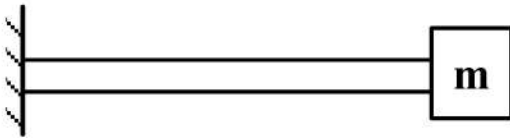
(۱)  $\frac{n\pi}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

(۲)  $\frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

(۳)  $\frac{(2n-1)\pi}{L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

(۴)  $\frac{(2n-1)\pi}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

۸۰- جرم  $m$  در انتهای یک میله با مدول الاستیسیته  $E$ ، سطح مقطع  $A$ ، طول  $L$  و جرم حجمی  $\rho$  متصل است. معادله فرکانسی ارتعاشات آزاد طولی میله کدام است؟



$$\frac{\omega L}{C} \tan \frac{\omega L}{C} = \frac{\rho AL}{m} \quad (۱)$$

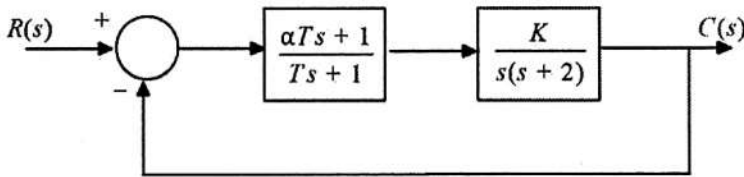
$$\frac{\omega L}{C} \sin \frac{\omega L}{C} = \frac{\rho AL}{m} \quad (۲)$$

$$\tan \frac{\omega L}{C} = \frac{\rho AL}{m} \quad (۳)$$

$$\sin \frac{\omega L}{C} = \frac{\rho AL}{m} \quad (۴)$$

۸۱- در سیستم زیر، جبران‌ساز به گونه‌ای طراحی شده که اختلاف فاز حداکثر  $30^\circ$  را به سیستم اضافه کند. اگر

فرکانس قطع سیستم  $\frac{10}{\sqrt{3}}$  باشد، خطای حالت ماندگار سیستم تحت ورودی شیب واحد چند درصد است؟



۹/۰۹ (۱)

۹ (۲)

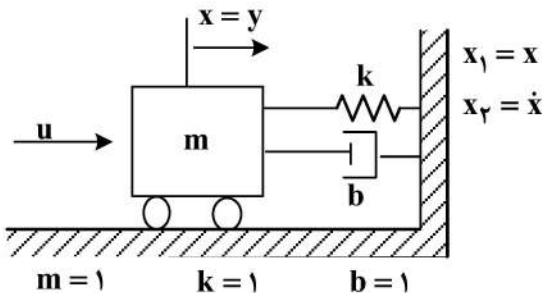
۱۱ (۳)

۲۲ (۴)

۸۲- در سیستم زیر، پارامترها در سیستم متریک داده شده‌اند و در آن نیروی وارد شده به جرم  $m$  و  $y = x$  تغییر مکان جرم  $m$  و خروجی سیستم است. باید یک کنترل‌کننده فیدبک بردار حالت طوری طراحی شود که خطای

حالت ماندگار سیستم فیدبک صفر باشد و همه قطب‌های سیستم فیدبک در  $-2$  واقع شوند. مقادیر بهره‌های

کنترل‌کننده  $k_1$ ،  $k_2$  و  $k_3$  به ترتیب کدامند؟



۴ و ۹، ۲ (۱)

۲۲ و ۲، ۲ (۲)

۶ و ۱۴، ۵ (۳)

۸ و ۵، ۱۱ (۴)

۸۳- معادلات حالت سیستم رسته ۳ به صورت  $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ x(0) = x_0 \end{cases}$  داده شده که در آن  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 1 & a_4 \end{bmatrix}$  و

$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . پارامترهای  $a_1$  تا  $a_4$  همگی مقادیر حقیقی غیرصفر هستند. مودهای رفتاری سیستم به صورت  $e^{\lambda_1 t}$ ،  $e^{\lambda_2 t}$  و

$e^{\lambda_3 t}$  هستند و  $\lambda_1$  تا  $\lambda_3$  مقادیر ویژه ماتریس  $A$ ، کدام گزینه در خصوص این سیستم درست است؟

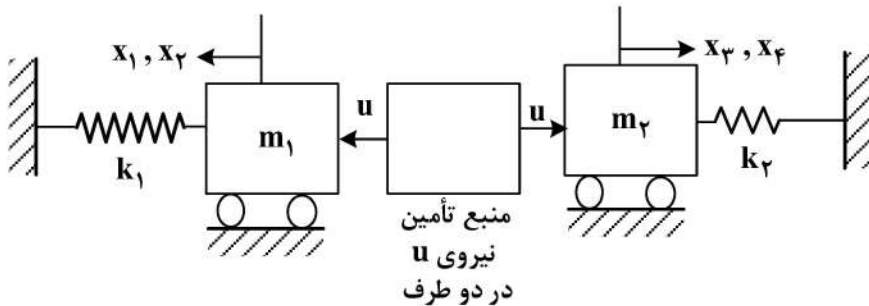
(۱) این سیستم کنترل‌پذیر کامل است.

(۲) یک مود سیستم کنترل‌پذیر و دو مود کنترل‌ناپذیر است.

(۳) دو مود سیستم کنترل‌پذیر و یک مود کنترل‌ناپذیر است.

(۴) بدون داشتن مقادیر عددی ماتریس  $A$  نمی‌توان در مورد کنترل‌پذیری سیستم اظهار نظر کرد.

۸۴ - سیستم زیر را در نظر بگیرید که نیروی  $u$  وارد شده به هر دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  یکسان است.  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب تغییر مکان و سرعت جرم  $m_1$  و  $x_3$  و  $x_4$  به ترتیب تغییر مکان و سرعت جرم  $m_2$  هستند. سیستم یک ورودی  $u$  و یک خروجی  $y = x_1 + x_3$  دارد. شرط لازم و کافی برای آنکه سیستم کنترل پذیر و مشاهده پذیر باشد، کدام مورد است؟

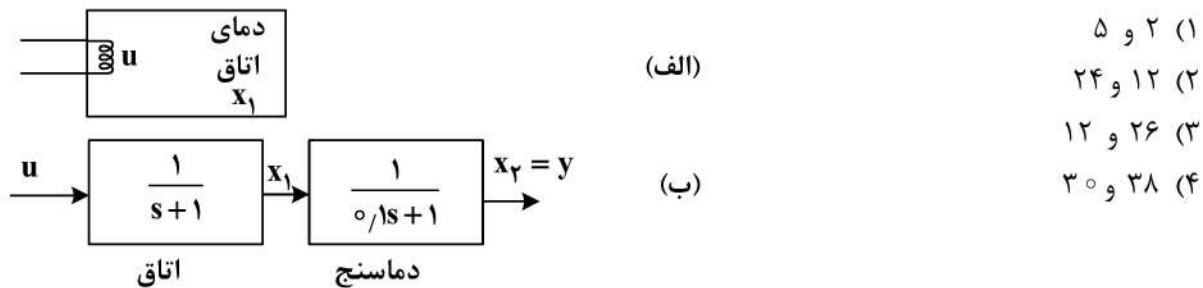


- (۱) اگر فرکانس طبیعی دو قسمت باهم برابر نباشند، سیستم کنترل پذیر و مشاهده پذیر است.
- (۲) اگر فرکانس طبیعی دو قسمت برابر باشند، سیستم کنترل پذیر است ولی مشاهده پذیر نیست.
- (۳) باید فرکانس‌های طبیعی دو قسمت باهم برابر باشند تا سیستم کنترل پذیر و مشاهده پذیر باشد.
- (۴) اگر فرکانس‌های طبیعی دو قسمت برابر باشند، سیستم مشاهده پذیر است ولی کنترل پذیر نیست.

۸۵ - شکل (الف) یک اتاق با دبی حرارتی ورودی  $u$  و دمای  $x_1$  و تابع تبدیل  $\frac{1}{s+1}$  بین  $u$  و  $x_1$  است. برای اندازه‌گیری دما از

دماسنج طبق شکل (ب) استفاده می‌شود. تابع تبدیل بین ورودی  $x_1$  و خروجی دماسنج  $x_2$  با  $\frac{1}{0.1s+1}$  نشان داده شده

است. برای تعیین  $x_1$  از یک تخمین‌گر رسته کامل استفاده می‌شود. اگر مقادیر ویژه تخمین‌گر  $-20$  و  $-21$  و متغیرهای حالت آن  $\hat{x}_1$  و  $\hat{x}_2$  باشند، بهره‌های تخمین‌گر  $l_1$  و  $l_2$  به ترتیب چقدر هستند؟



- (۱) ۲ و ۵
- (۲) ۱۲ و ۲۴
- (۳) ۱۲ و ۲۶
- (۴) ۳۰ و ۳۸

۸۶ - یک سیستم مرتبه ۲ با یک ورودی به صورت  $\dot{x} = Ax + Bu$  داده شده است. مقادیر ویژه  $A$  عبارتند از  $\begin{cases} \lambda_1 = -\sigma + j\omega \\ \lambda_2 = -\sigma - j\omega \end{cases}$

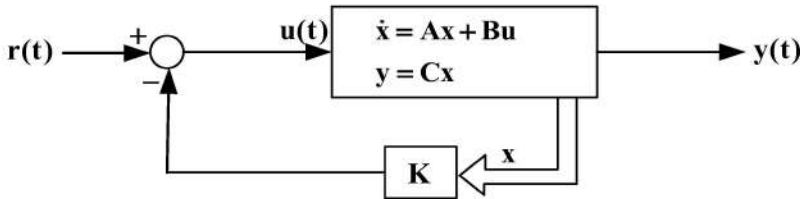
که در آن  $\sigma$  و  $\omega$  مقادیر حقیقی و مثبت هستند و  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ . کدام مورد در خصوص این سیستم درست است؟

(فرض شود  $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$  که در آن  $b_1$  و  $b_2$  مقادیر حقیقی هستند ولی ممکن است یکی از آنها صفر باشد.)

- (۱) کنترل پذیر است.
- (۲) کنترل پذیر نیست.
- (۳) ممکن است کنترل پذیر نباشد، چون مقادیر ویژه  $A$  مختلط هستند.
- (۴) ممکن است کنترل پذیر نباشد، اگر یکی از مقادیر ماتریس  $B$  صفر باشد.

۸۷- اگر سیستم مدار باز با معادلات حالت  $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$  کنترل پذیر و مشاهده پذیر باشد. در مورد سیستم مدار بسته زیر

که در آن از کنترل فیدبک بردار حالت استفاده شده کدام گزینه همواره درست است؟



- (۱) سیستم مدار بسته همواره کنترل پذیر و مشاهده پذیر است.
- (۲) سیستم مدار بسته ممکن است نه کنترل پذیر باشد و نه مشاهده پذیر.
- (۳) سیستم مدار بسته مشاهده پذیر است ولی ممکن است کنترل پذیر نباشد.
- (۴) سیستم مدار بسته کنترل پذیر است ولی ممکن است مشاهده پذیر نباشد.

۸۸- معادلات حالت سیستمی با یک ورودی و یک خروجی به صورت  $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$  است که در آن

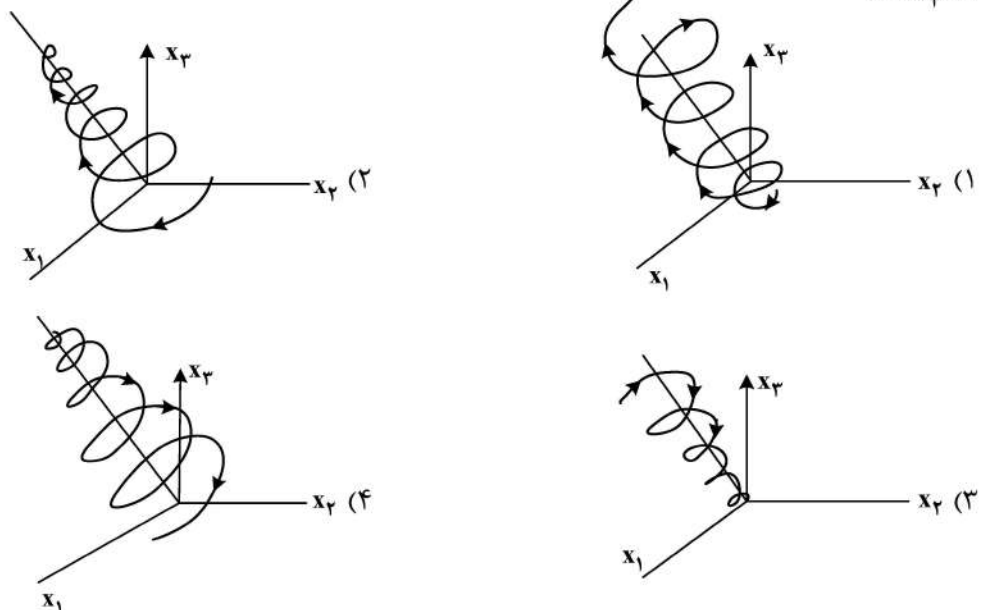
تابع تبدیل این سیستم  $C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  است.

$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)(s^2+3s+2)}$  است. در مورد این سیستم کدام مورد درست است؟

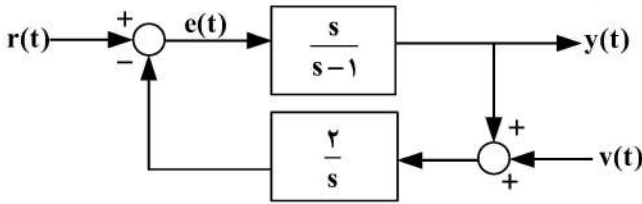
- (۱) نه کنترل پذیر است و نه مشاهده پذیر.
- (۲) هم کنترل پذیر است و هم مشاهده پذیر.
- (۳) کنترل پذیر است ولی مشاهده پذیر نیست.
- (۴) مشاهده پذیر است ولی کنترل پذیر نیست.

۸۹- در سیستم خطی رسته ۳ با معادله حالت زیر، ماتریس A دو مقدار ویژه مختلط به صورت  $\sigma \pm j\omega$  و یک مقدار ویژه حقیقی مثبت دارد. با فرض اینکه  $\sigma$  عدد حقیقی منفی و  $\omega$  عدد حقیقی باشد، مسیر حرکت (trajectory) این سیستم کدام است؟

$\dot{x} = Ax$   
 $x(0) = x_0$



۹۰- در سیستم شکل زیر، رابطه بین کدام ورودی و کدام سیگنال نشان دهنده یک سیستم پایدار مجانبی نیست؟  
(سه پاسخ پایدار مجانبی هستند و تنها یک پاسخ پایدار مجانبی نیست.)



- (۱) رابطه بین ورودی  $v(t)$  و سیگنال  $y(t)$
- (۲) رابطه بین ورودی  $r(t)$  و سیگنال  $e(t)$
- (۳) رابطه بین ورودی  $v(t)$  و سیگنال  $e(t)$
- (۴) رابطه بین ورودی  $r(t)$  و سیگنال  $y(t)$

برنامه ریزی ریاضی پیشرفته - تکنولوژی پینچ و تحلیل انرژی - تحلیل سیستم‌های انرژی:

۹۱- در شرایطی که زمان بندی پروژه رعایت نشده و راه اندازی آن با تأخیر زیاد روبه‌رو می‌شود، فاکتور عدم قطعیت در کدام سطح بهینه‌سازی اهمیت بیشتری پیدا می‌کند؟

- (۱) طراحی فرایند
- (۲) مدیریتی
- (۳) شرایط عملیاتی
- (۴) هر سه سطح

Max :  $z = 3x_1 + 5x_2$

s.t. :  $x_1 \leq 4$   
 $2x_2 \leq 12$   
 $3x_1 + 2x_2 \leq 18$   
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

۹۲- درجه آزادی در مسئله خطی زیر چند است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

Min  $z = x_1^2$

s.t. :  $x_1 - x_2 \leq -1$   
 $-x_1 - x_2 \leq -1$   
 $x_1, x_2 \geq 0$

۹۳- مقادیر ضریب لاگرانژ  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  به ترتیب چقدر است؟

- (۱) -۲ و صفر
- (۲) ۲ و صفر
- (۳) صفر و -۲
- (۴) صفر و ۲

۹۴- با استفاده از روش نیوتن و با شروع از  $x^0 = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix}$ ، مینیمم تابع زیر  $(x^*)$  کدام است؟

$f(x) = 10x_1^2 + 5x_1x_2 + 10(x_2 - 3)^2$

- (۱)  $\begin{bmatrix} -0.8 \\ 3.2 \end{bmatrix}$
- (۲)  $\begin{bmatrix} 0.8 \\ 3.2 \end{bmatrix}$
- (۳)  $\begin{bmatrix} 0.8 \\ -3.2 \end{bmatrix}$
- (۴)  $\begin{bmatrix} -0.8 \\ -3.2 \end{bmatrix}$

۹۵- محدوده کاربردی حاصل از اشتراک دو محدودیت زیر چه شرایطی دارد؟

$\begin{cases} -x_1^2 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \geq -2 \end{cases}$

- (۱) محدوده مقعر است.
- (۲) محدوده محدب است.
- (۳) محدوده مقعر و محدب نیست.
- (۴) محدوده محدب و مقعر است.

۹۶- یک کارگاه صنایع چوبی دو محصول میز و صندلی تولید می‌کند. سود تولید هر میز ۱۲ واحد و سود تولید هر صندلی ۸ واحد است. برای تولید هر میز،  $5m^2$  چوب بلوط و  $2m^2$  چوب کاج و ۴ ساعت زمان صرف می‌شود. برای تولید هر صندلی،  $2m^2$  چوب بلوط و  $3m^2$  چوب کاج و ۲ ساعت زمان صرف می‌شود. میزان کارکرد کارخانه در هفته ۸۰ ساعت است. موجودی خوراک اولیه کارخانه در هفته  $150m^2$  چوب بلوط و  $100m^2$  چوب کاج است. برنامه‌ریزی تولید بهینه برای ماکزیمم کردن سود کارخانه، به ترتیب منجر به تولید چند میز و صندلی در هفته می‌شود؟

(۱) ۵ و ۳۰

(۲) ۱۰ و ۲۰

(۳) ۳۳ و ۱۰

(۴) ۳۰ و ۵

۹۷- در فرمت ماتریسی برای محاسبه ضرایب چندجمله‌ای دو متغیره زیر به روش (حداقل مربعات خطا)، کدام جمله بیشتر تکرار می‌شود؟ (N: تعداد داده‌ها)

$$y = a + bx_1 + cx_2$$

$$\sum x_2^2 \quad (۲)$$

$$N \quad (۴)$$

$$\sum x_1^2 \quad (۱)$$

$$\sum x_1 x_2 \quad (۳)$$

۹۸- پاسخ بهینه مسئله، به ترتیب،  $x_1$  و  $x_2$  چقدر است؟

(۱) ۱ و ۰

(۲) ۰ و ۱

(۳) ۰ و -۱

(۴) -۱ و ۰

$$\text{Min } z = x_1 + |x_2 - 5|$$

$$\text{s.t.} : -x_2 + 2x_2 \leq -1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

۹۹- در روش «جستجوی یک‌بعدی»، برای مینیمم‌سازی تابع زیر با شروع از نقطه  $x^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مسیر حرکت نیوتن

$(\Delta x^0)$  کدام است؟

$$f(x) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۱۰۰- مینیمم تابع غیرخطی، به ترتیب،  $x_1$  و  $x_2$  چقدر است؟

$$\text{Min } z = x_1^2 + x_2^2 - 14x_1 - 6x_2 - 7$$

$$\text{s.t.} : x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

(۱) ۱ و -۳

(۲) ۳ و -۱

(۳) ۱ و ۳

(۴) -۱ و -۳

۱۰۱- نیروگاه بخاری در ایران در طول ۹ ماه اول سال با سوخت گاز طبیعی و سه ماه آخر سال با سوخت نفت کوره کار می‌کند. ارزش حرارتی یک مترمکعب گاز طبیعی برابر ارزش حرارتی یک لیتر نفت کوره است. نسبت بازده اکسرژی نیروگاه با سوخت نفت کوره به مقدار ۱۰۰۰ لیتر در ساعت نسبت به سوخت گاز طبیعی ۱۰۰۰ مترمکعب در ساعت، چگونه است؟

(۱) کمتر از یک

(۲) دقیقاً برابر یک

(۳) بیشتر از یک

(۴) در هر دو حالت، بازده‌های اکسرژی و انرژی برابر هستند.

۱۰۲- بیشترین تخریب اکسرژی در یک سامانه تولید هم‌زمان برق - حرارت - سرمایش، در کدام قسمت آن صورت می‌پذیرد؟

(۱) محفظه احتراق

(۲) سامانه مولد بخار از حرارت خروجی از موتور

(۳) جریان آب گرم خروجی از نیروگاه

(۴) گازهای خروجی از دودکش

۱۰۳- کدام عامل بیشترین تأثیر را بر راندمان اکسرژی در نیروگاه سیکل ترکیبی دارد؟

(۱) کیفیت سوخت

(۲) دمای ورودی توربین

(۳) دمای محیط

(۴) اثربخشی مبدل حرارتی

۱۰۴- مقداری هوا درون یک سیلندر و پیستون بدون اصطکاک طی یک فرایند آدیاباتیک بازگشت‌پذیر از شرایط (۱) به

شرایط (۲) می‌رسد. کاهش سطح اکسرژی هوا طی این فرایند کدام مورد است؟

$$(1) (H_2 - H_1) - T_0 (S_2 - S_1) \quad (2) T_0 (S_2 - S_1) + (U_2 - U_1)$$

$$(3) (U_2 - U_1) + P_0 (V_2 - V_1) \quad (4) H_2 - H_1$$

۱۰۵- برگشت‌ناپذیری در یک مبدل حرارتی که انتقال حرارت بین سیالی که تبخیر می‌شود ( $T_1$ ) و سیالی که کندانس می‌شود ( $T_2$ )، کدام مورد است؟ ( $T_0$  دمای محیط و  $\Delta T = T_1 - T_2$  و  $T_M = \sqrt{T_1 T_2}$ )

$$(1) T_0 \cdot T_M \cdot Q \quad (2) T_0 \cdot Q \cdot \Delta T \cdot T_M$$

$$(3) T_0 \cdot Q \cdot \frac{\Delta T}{T_M} \quad (4) T_0 \cdot Q \cdot \frac{\Delta T}{T_M^2}$$

۱۰۶- سطح کل انتقال حرارت شبکه مبدل حرارتی (one pass tube, one pass shell) برابر با ۴۰۰۰ متر مربع

است. اگر هزینه هر مبدل  $cost = 30 + 0.4 \times A$  (هزار دلار) باشد و جدول داده جریان‌ها به صورت جدول زیر

ارائه شود، هزینه کل شبکه مبدل حرارتی، چند هزار دلار است؟ ( $T_{Hot, pinch} = 159$ ,  $\Delta T_{min} = 10$ )

(۱) ۱۸۴۰

(۲) ۱۶۳۰

(۳) ۸۳۰

(۴) ۲۳۰

Stream	Ts (°C)	Tt (°C)	CP(MW/K)
Hot	۱۵۹	۷۷	۲۲
Hot	۲۶۷	۸۰	۲
Hot	۳۴۳	۹۰	۵
Cold	۲۶	۱۲۷	۱۰
Cold	۱۱۸	۲۶۵	۲۰

۱۰۷- اگر داده‌های منحنی‌های مرکب بزرگ (Grand Composite Curves) به صورت زیر باشد، مقدار LP که

می‌توان تولید کرد را در صورتی که بخواهیم مقدار HP تولیدی ماکسیمم شود چقدر است؟  $\Delta T_{\min} = 20^{\circ}\text{C}$

HP (بخار با دمای  $250^{\circ}$  درجه سانتی‌گراد) و LP (بخار با دمای  $140^{\circ}$  درجه سانتی‌گراد)

T* (°C)	MW
۶۲۵	۰
۳۹۰	۰/۲۳۵
۲۶۰	۶/۸۳
۱۵۰	۱۲/۷۳
۹۵	۱۳/۰۸
۲۰	۱۵/۱۰۵
۰	۱۶/۱۰۵

۱۲/۷ (۱)

۶/۸ (۲)

۵/۹ (۳)

۴/۶ (۴)

۱۰۸- مقدار یوتیلیتی گرم (QH) و سرد (QC)، به ترتیب برای جریان‌های گرم و سرد فرایندی زیر چقدر است؟

$\Delta T_{\min} = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\text{pinch}}^* = 90$

Ts(°C)	Tt(°C)	CP(kW / °C)	$\Delta H(\text{kW})$
۱۸۰	۴۰	۴۰	۵۶۰۰
۱۵۰	۶۰	۳۰	۲۷۰۰
۳۰	۱۸۰	۶۰	۹۰۰۰
۸۰	۱۶۰	۲۰	۱۶۰۰

۶۰۰ و ۲۹۰۰ (۱)

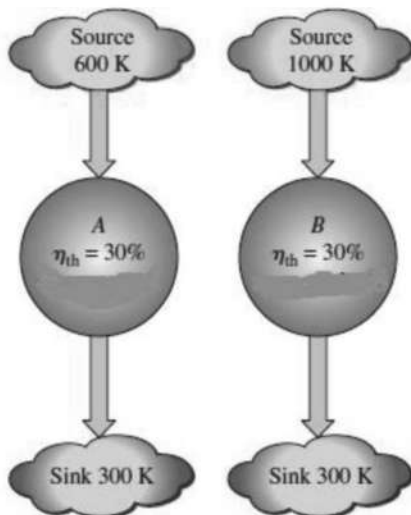
۷۰۰ و ۱۹۰۰ (۲)

۴۰۰ و ۶۰۰ (۳)

۴ داده‌های مسئله ناقص است.

۱۰۹- در شکل زیر، دو موتور حرارتی A و B با راندمان حرارتی یکسان نشان داده می‌شود. کدام مورد در خصوص

راندمان قانون دوم این دو موتور حرارتی درست است؟



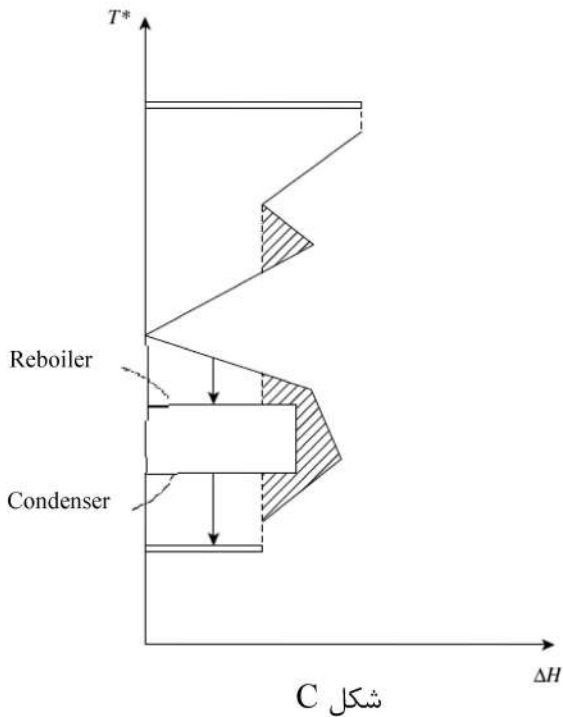
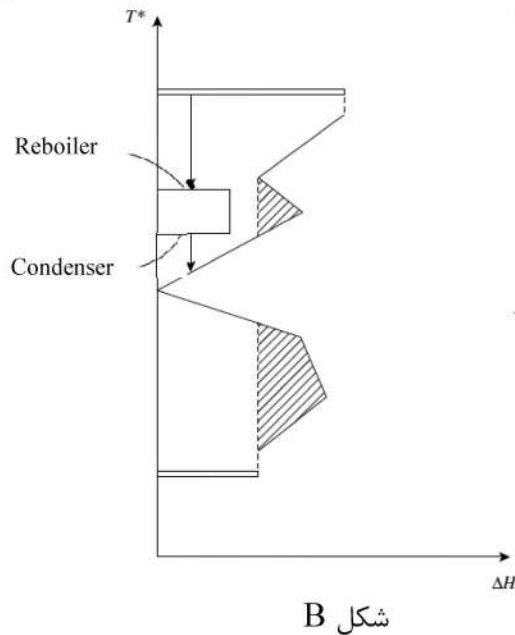
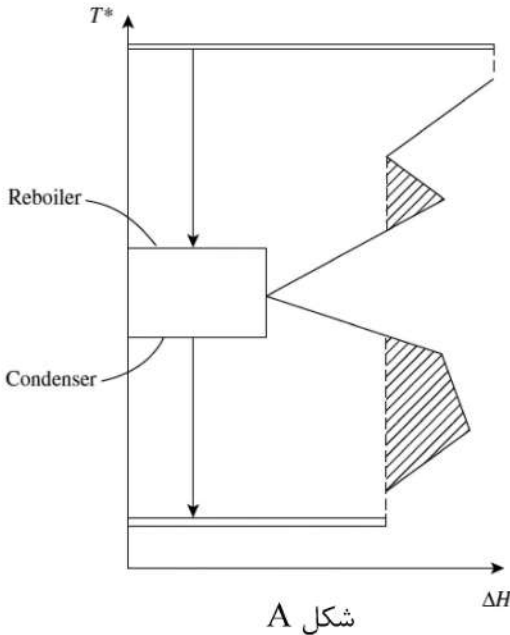
(۱) راندمان قانون دوم موتور B از A بیشتر است.

(۲) راندمان قانون دوم موتور A از B بیشتر است.

(۳) راندمان قانون دوم هر دو موتور یکسان است.

(۴) اگر دمای محیط کمتر از  $300\text{K}$  باشد راندمان قانون دوم A بیشتر از B می‌شود.

۱۱۰- از برج تقطیری برای جداسازی مخلوط‌های مایع استفاده می‌شود. اجزای اصلی برج عبارتند از ستون برج، دیگ بخار (reboiler) و کندانسور. بهترین گزینه برای قرار دادن برج تقطیر در فرایند کدام است؟



A (۱)

C (۲)

C و B (۳)

A و B (۴)

۱۱۱- برای ارزیابی و مقایسه اقتصادی دو نیروگاه سیکل ترکیبی و توربین گاز از دو نرخ تنزیل استفاده می‌شود:

الف - نرخ تنزیل اول ۲۵٪

ب - نرخ تنزیل دوم ۳٪

نتیجه مقایسه دو نوع فناوری نیروگاهی، کدام حالت زیر است؟

(۱) در حالت «الف»، نیروگاه سیکل ترکیبی و در حالت «ب»، نیروگاه توربین گاز انتخاب می‌شود.

(۲) در حالت «الف»، نیروگاه توربین گاز و در حالت «ب»، نیروگاه سیکل ترکیبی انتخاب می‌شود.

(۳) در هر دو حالت «الف» و «ب»، نیروگاه سیکل ترکیبی انتخاب می‌شود.

(۴) در هر دو حالت «الف» و «ب»، نیروگاه توربین گازی انتخاب می‌شود.

۱۱۲- فرض کنید کشتش قیمتی تقاضای بنزین در ایران برابر با  $0/35$  - باشد، قیمت کنونی بنزین یارانه‌ای برابر با  $15,000$  ریال و بنزین آزاد  $30,000$  ریال است. دولت قصد دارد قیمت بنزین یارانه‌ای را به  $25,000$  ریال و قیمت بنزین آزاد را به  $40,000$  ریال افزایش دهد. اگر مصرف کنونی روزانه بنزین یارانه‌ای برابر با  $70$  میلیون لیتر و بنزین آزاد برابر با  $10$  میلیون لیتر باشد، مقدار تقاضای روزانه کل بنزین پس از افزایش قیمت‌ها حدوداً چند میلیون لیتر خواهد شد؟

(۱)  $70,5$  میلیون لیتر

(۲)  $65,75$  میلیون لیتر

(۳)  $61,5$  میلیون لیتر

(۴)  $57,25$  میلیون لیتر

۱۱۳- یک خودرو برقی جایگزین یک خودرو با سیستم احتراق داخلی می‌شود. خودرو برقی در بار پایه (از ساعت ۲۴ تا ساعت ۵ صبح) شارژ می‌شود. شبکه برق نیز دارای نیروگاه‌های گازسوز و انرژی خورشیدی است. اگر بازده انرژی خودرو با احتراق داخلی  $28\%$  و بازده خودرو الکتریکی  $70\%$  و بازده سیستم فتوولتائیک متصل به شبکه برق  $20\%$  و نیروگاه‌های فسیلی  $40\%$  باشد و تلفات در شبکه انتقال و توزیع برق برابر  $10\%$  باشد، انتشار مقدار گاز دی‌اکسید کربن در حالت استفاده از خودرو الکتریکی نسبت به خودرو با احتراق داخلی چه میزان خواهد بود؟ (نرخ انتشار گاز دی‌اکسید کربن به ازای واحد انرژی در سوخت‌های هیدروکربنی یکسان فرض شود).

(۱)  $0/8$

(۲)  $0/9$

(۳)  $1/1$

(۴)  $1/2$

۱۱۴- مبنای مدل اقتصادسنجی تقاضای انرژی خانوار، علاوه بر عقلانیت اقتصادی، استفاده از کدام مورد زیر است؟

(۱) توابع تقلیل یافته براساس اطلاعات تاریخی

(۲) روش‌های آماری براساس اطلاعات موجود

(۳) روش‌های آماری براساس اطلاعات مقطعی

(۴) روش‌های آماری براساس اطلاعات مقطعی و سری زمانی

۱۱۵- برای توسعه یک نیروگاه  $5$  کیلوواتی خورشیدی در کشور و با فرض شرایط تعداد ساعات پیک خورشیدی (PSH)  $3000$  ساعت، با در نظر گرفتن نرخ خرید تضمینی برق خورشیدی  $2500$  تومان به ازای هر کیلووات-ساعت و سرمایه‌گذاری موردنیاز  $160$  میلیون تومان، دوره برگشت سرمایه پروژه، حدوداً چند سال خواهد بود؟

(۱)  $6$

(۲)  $4$

(۳)  $3$

(۴) کمتر از  $1$

۱۱۶- کدام مورد، پیشران اصلی در گذار انرژی در جهان است؟

(۲) افزایش امنیت انرژی

(۱) مقابله با گرمایش جهانی

(۴) اقتصادی شدن فناوری‌های نوین انرژی

(۳) پایان‌پذیری سوخت‌های فسیلی

۱۱۷- حدوداً مصرف چند میلیارد لیتر mazout و گازوئیل می‌تواند جبران‌کننده ناترازی ۷۰ درصدی گاز در بخش نیروگاهی کشور در سه ماهه فصل زمستان باشد؟ (فرض کنید که ظرفیت نیروگاه‌های حرارتی و گازی کشور ۹۰ گیگاوات است، ضریب ظرفیت متوسط نیروگاه‌ها ۸۰٪ و ضریب در دسترس بودن متوسط نیروگاه‌ها ۷۰٪ باشد. همچنین ارزش حرارتی mazout و دیزل را ۴۰ مگاژول بر لیتر است. راندمان نیروگاهی در صورت مصرف سوخت مایع را برابر با راندمان نیروگاهی در صورت مصرف گاز طبیعی و معادل ۴۰٪ فرض کنید.)

(۱) ۲۱

(۲) ۱۷

(۳) ۱۵

(۴) ۱۲

۱۱۸- برای تولید ۱۰ میلیارد کیلووات ساعت برق سالانه، از سه فناوری زیر می‌توان استفاده کرد. مشخصات این فناوری‌ها به شرح زیر است:

الف - خورشیدی:

ضریب ظرفیت: ۲۰٪

هزینه نصب: ۱۰۰۰ دلار به‌ازای هر کیلووات

بدون هزینه سوخت

ب - بادی:

ضریب ظرفیت: ۳۳٪

هزینه نصب: ۱۲۰۰ دلار به‌ازای هر کیلووات

بدون هزینه سوخت

ج - فسیلی:

ضریب ظرفیت: ۸۵٪

هزینه نصب: ۷۰۰ دلار به‌ازای هر کیلووات

هزینه سوخت: ۰/۰۵ دلار به‌ازای هر کیلووات ساعت

هزینه کل (تجهیزات + سوخت) برای تولید این مقدار برق سالانه برای هر فناوری، به ترتیب، از ارزان‌ترین تا گران‌ترین چگونه خواهد بود؟

(۲) فسیلی - خورشیدی - بادی

(۱) بادی - خورشیدی - فسیلی

(۴) فسیلی - بادی - خورشیدی

(۳) خورشیدی - بادی - فسیلی

۱۱۹- کدام مورد، مهم‌ترین چالش پیش روی ایران برای دستیابی به یک گذار انرژی موفق به سمت انرژی‌های تجدیدپذیر است؟

(۱) اتکا به منابع غنی سوخت‌های فسیلی و سیاست‌های حمایتی از آنها

(۲) نبود منابع مالی و سرمایه‌گذاری کافی در بخش انرژی‌های تجدیدپذیر

(۳) ضعف زیرساخت‌های شبکه توزیع برای ادغام انرژی‌های تجدیدپذیر

(۴) عدم تطبیق سیاست‌های ملی انرژی با تعهدات بین‌المللی در کاهش کربن

۱۲۰- هزینه هم‌تراز شده انرژی برای کدام فناوری‌های تبدیل انرژی زیر در حال افزایش است؟

(۲) نیروگاه‌های بخاری با سوخت ذغال سنگ

(۱) نیروگاه‌های زمین گرمایی

(۴) پیل‌های سوختی

(۳) نیروگاه‌های برق هسته‌ای

